

# Эквивалентности сетей Петри с невидимыми переходами

Игорь В. Тарасюк

Институт систем информатики имени А.П. Ершова,  
Сибирское отделение Российской академии наук,  
пр. Академика Лаврентьева 6, 630090 Новосибирск,  
Российская Федерация

`itar@iis.nsk.su`

`db.iis.nsk.su/persons/itar`

**Резюме:** Исследуются поведенческие эквивалентности параллельных систем, моделируемых сетями Петри с невидимыми переходами, помеченными невидимыми действиями.

$\tau$ -эквивалентности — отношения, абстрагирующие от невидимых действий, соответствующих внутренней активности моделируемой системы.

Известные из литературы базисные  $\tau$ -эквивалентности дополняются новыми.

Выясняются взаимосвязи всех рассмотренных  $\tau$ -эквивалентностей.

Приводится пример сохраняющей эквивалентность редукции сети Петри, моделирующей систему обедающих философов.

**Ключевые слова:** сети Петри, невидимые переходы, базисные  $\tau$ -эквивалентности, редукция, система обедающих философов.

## Содержание

- **Введение**
  - Известные  $\tau$ -эквивалентности
  - Новые  $\tau$ -эквивалентности
- **Базисная  $\tau$ -симуляция**
  - Принципы абстрагирования от невидимых действий
  - Сравнение базисных  $\tau$ -эквивалентностей
  - Пример редукции относительно  $\tau$ -эквивалентностей
- **Заключение**
  - Полученные результаты
  - Направления дальнейших исследований

## Введение

### Известные $\tau$ -эквивалентности

Отношения, абстрагирующие от невидимых действий —  $\tau$ -эквивалентности.

Известны следующие базисные  $\tau$ -эквивалентности:

- $\tau$ -следовые эквивалентности (учитывают только протоколы функционирования):

интерливинговая ( $\equiv_i^\tau$ ) [Rom86], шаговая ( $\equiv_s^\tau$ ) [Rom86], ЧС ( $\equiv_{pw}^\tau$ ) [Vog91], ЧУММ ( $\equiv_{rom}^\tau$ ) [PRS92].

- Обычные  $\tau$ -бисимуляционные эквивалентности (учитывают ветвистую структуру функционирования):

интерливинговая ( $\Leftrightarrow_i^\tau$ ) [Mil80], шаговая ( $\Leftrightarrow_s^\tau$ ) [Rom86], ЧС ( $\Leftrightarrow_{pw}^\tau$ ) [Vog91], ЧУММ ( $\Leftrightarrow_{rom}^\tau$ ) [PRS92].

- $ST$ - $\tau$ -бисимуляционные эквивалентности (учитывают продолжительность срабатывания переходов в функционировании):

интерливинговая ( $\Leftrightarrow_{iST}^\tau$ ) [Vog91], ЧС ( $\Leftrightarrow_{pwST}^\tau$ ) [Vog91], ЧУММ ( $\Leftrightarrow_{romST}^\tau$ ) [Vog91].

- *Сохраняющие историю  $\tau$ -бисимуляционные эквивалентности* (учитывают “историю” функционирования):

ЧУММ ( $\xleftrightarrow{\tau}_{pomh}$ ) [Dev92].

- *Сохраняющие историю ST- $\tau$ -бисимуляционные эквивалентности* (учитывают “историю” и продолжительность срабатывания переходов в функционировании):

ЧУММ ( $\xleftrightarrow{\tau}_{pomhST}$ ) [Dev92].

- *Обычные ветвистые  $\tau$ -бисимуляционные эквивалентности* (учитывают ветвистую структуру поведения и влияние на нее невидимых действий):

интерливинговая ( $\xleftrightarrow{\tau}_{ibr}$ ) [Gla93].

- *Сохраняющие историю ветвистые  $\tau$ -бисимуляционные эквивалентности* (учитывают “историю”, ветвистую структуру поведения и влияние на нее невидимых действий):

ЧУММ ( $\xleftrightarrow{\tau}_{pomhbr}$ ) [Dev92].

- *Изоморфизм* (совпадение с точностью до переименования компонентов):  
( $\simeq$ ).

## Новые $\tau$ -эквивалентности

- **Базисные  $\tau$ -эквивалентности:**

интерливинговая *ветвистая ST- $\tau$ -бисимуляционная* ( $\stackrel{\tau}{\Leftrightarrow}_{iSTbr}$ ),

ЧУММ *сохраняющая историю ветвистая ST- $\tau$ -бисимуляционная*

( $\stackrel{\tau}{\Leftrightarrow}_{romhSTbr}$ ),

МСС *сохраняющая конфликт* ( $\equiv_{mes}^{\tau}$ ).

Конфликт

Y

≈

изоморфизм

сохраняющие историю ветвистые

ST-τ-бисимуляционные

сохраняющие историю ST-τ-бисимуляционные /

сохраняющие историю ветвистые τ-бисимул. /

ветвистые ST-τ-бисимуляционные

ST-τ-бисимуляционные /

сохраняющие историю τ-бисимуляционные /

ветвистые τ-бисимуляционные

τ-бисимуляционные

τ-следовые /

сохраняющие конфликт

τ-эквивалентности

интерли-  
винговая

шаговая

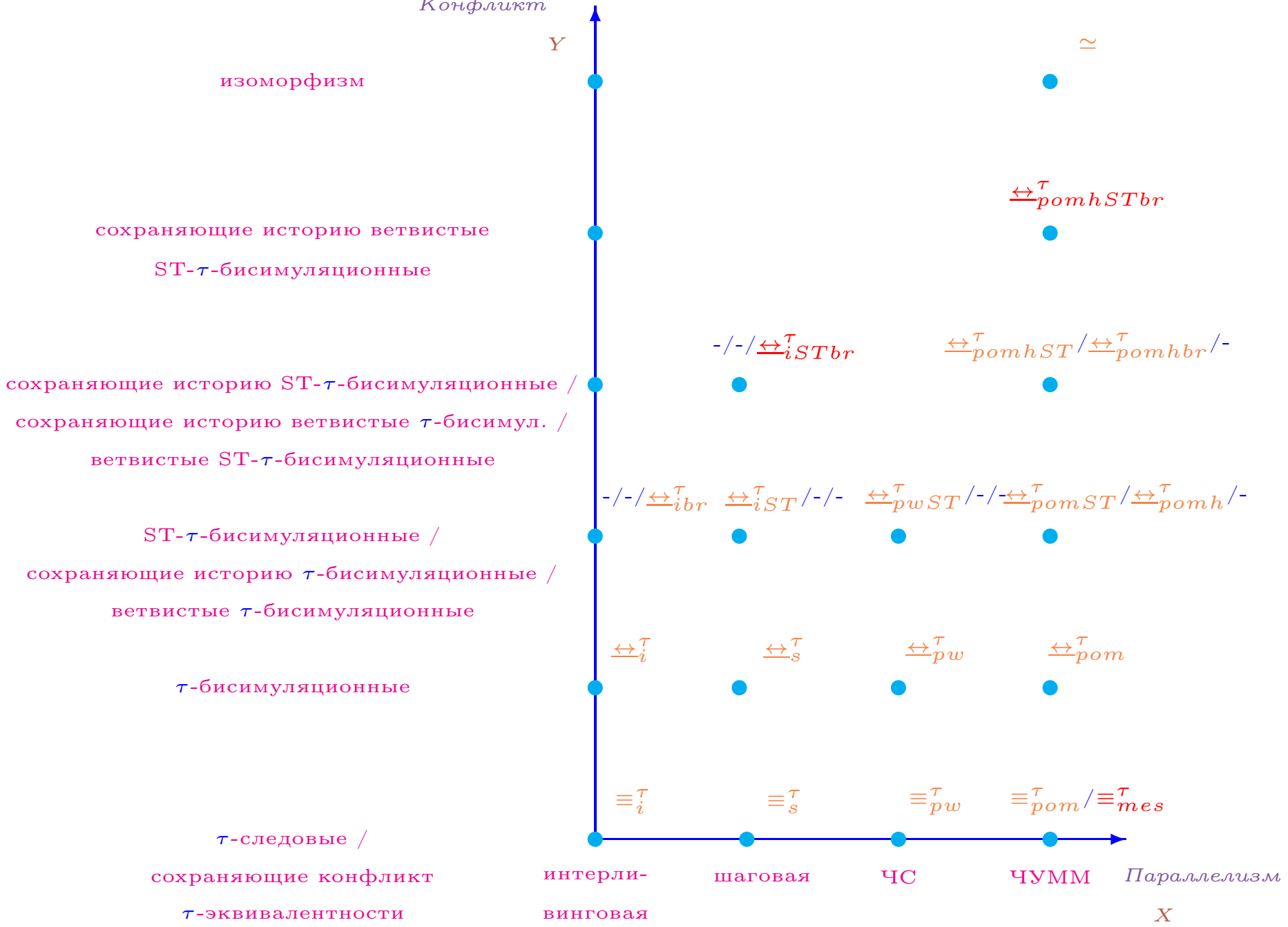
ЧС

ЧУММ

Параллелизм

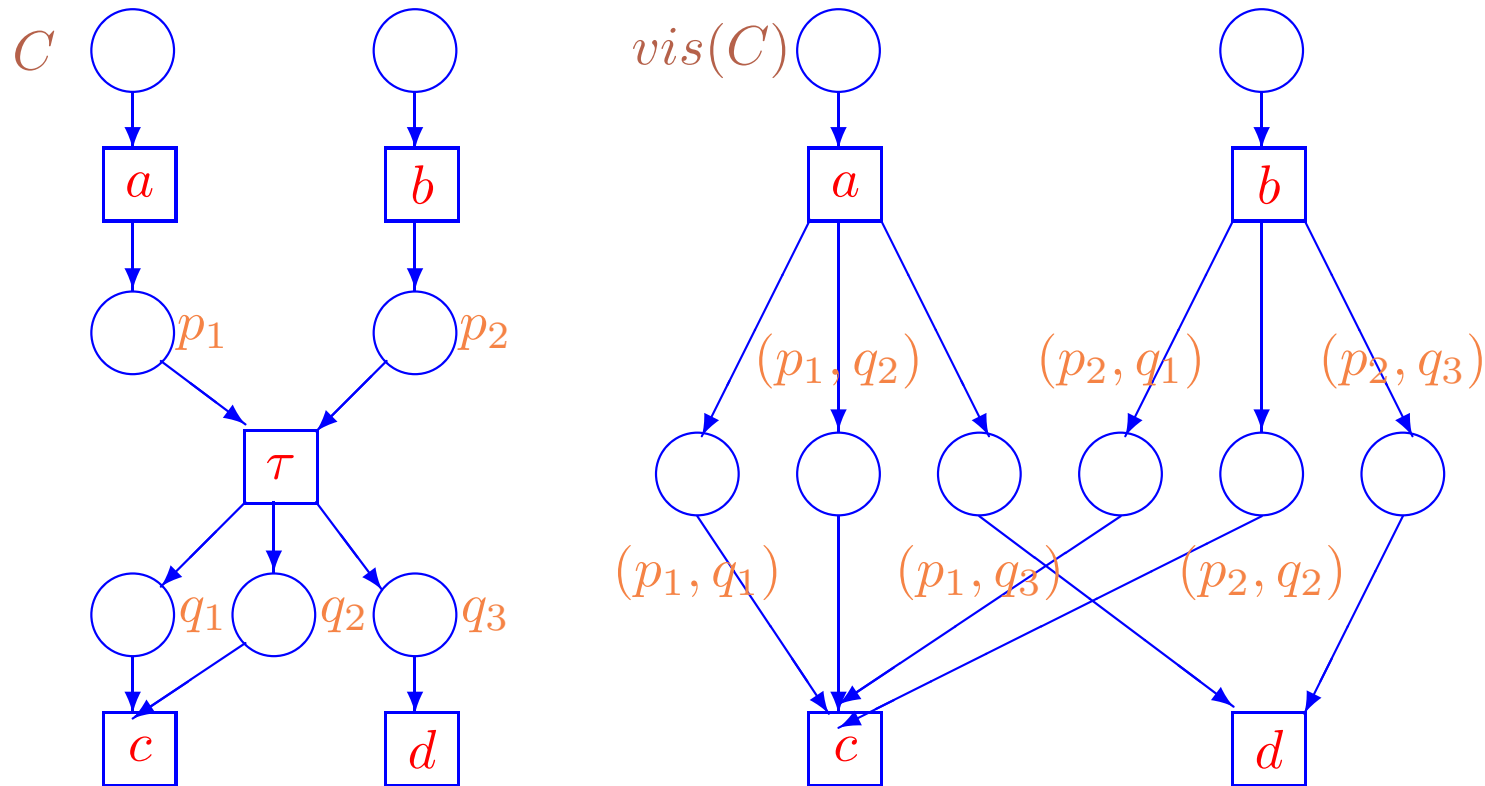
винговая

X



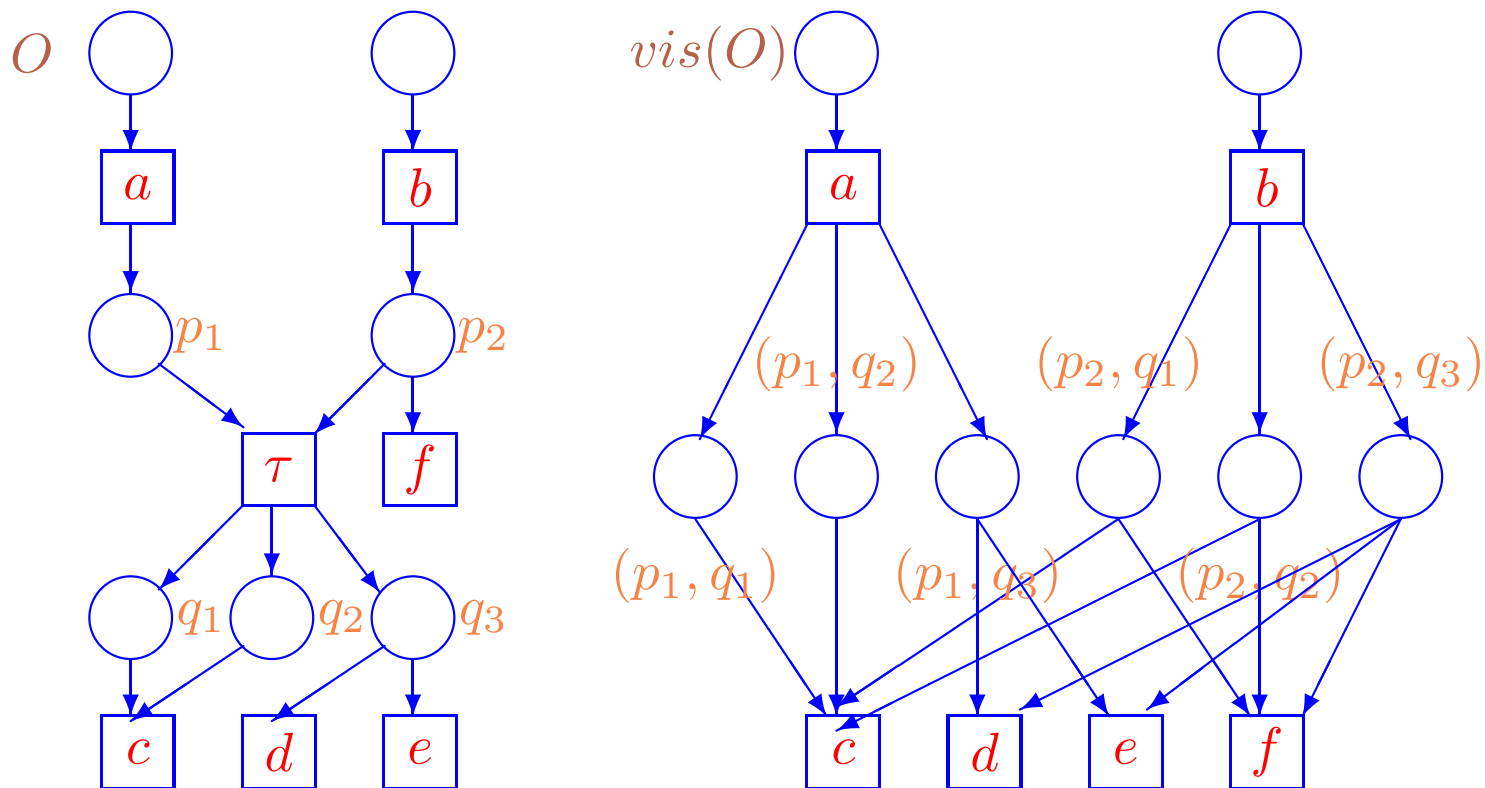
Классификация базисных τ-эквивалентностей

## Принципы абстрагирования от невидимых действий

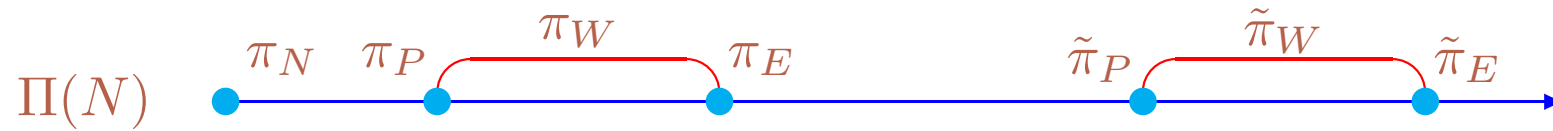


Действие функции  $vis$  на С-сеть

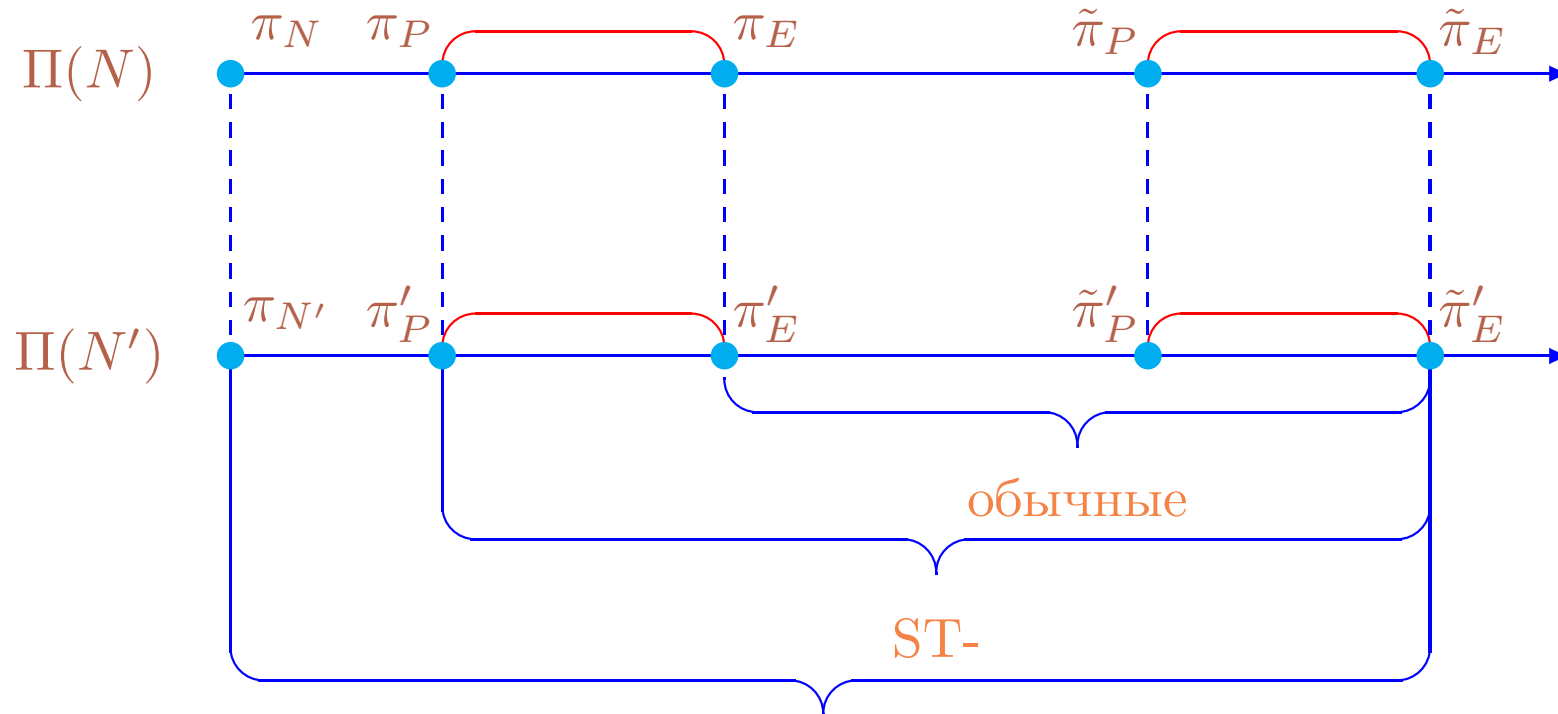




Действие функции  $vis$  на  $O$ -сеть

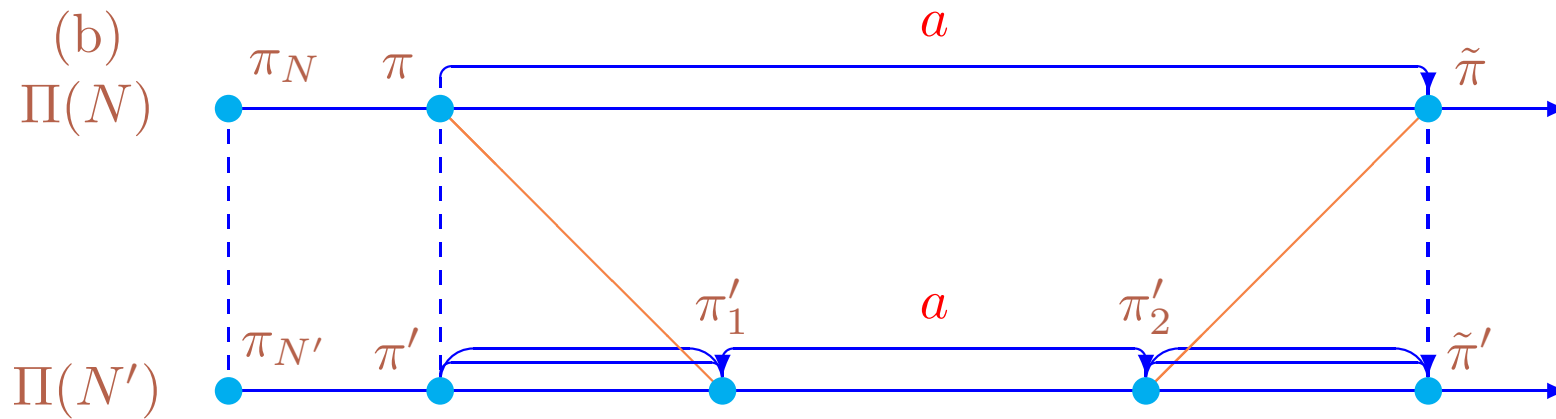
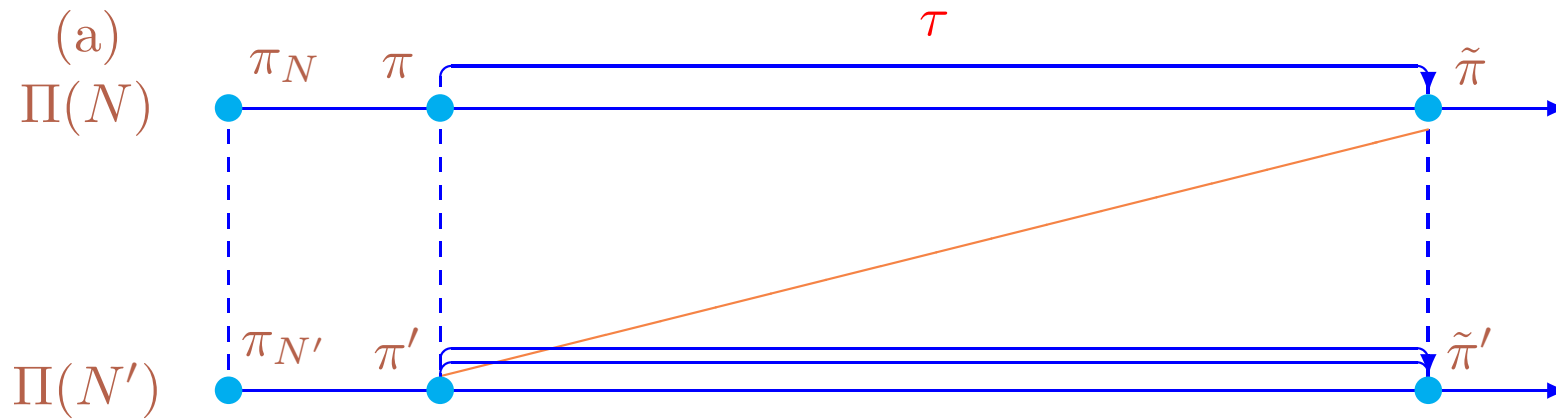


ST- $\tau$ -процессы



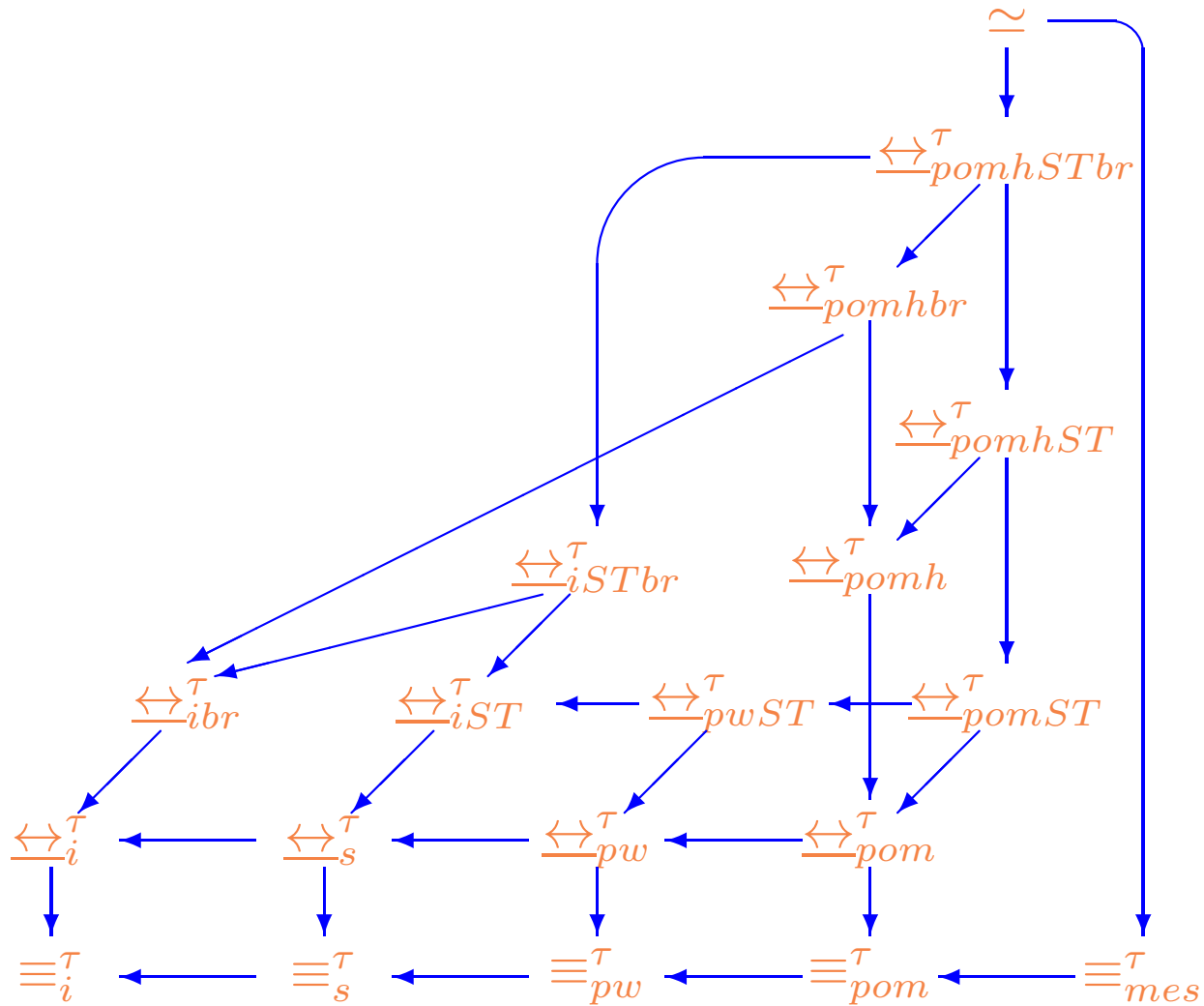
сохраняющие историю ST-

Различающая способность  $\tau$ -бисимуляционных эквивалентностей



Различающая способность обычных и ветвистых  
 $\tau$ -бисимуляционных эквивалентностей

## Сравнение базисных $\tau$ -эквивалентностей



Взаимосвязи базисных  $\tau$ -эквивалентностей

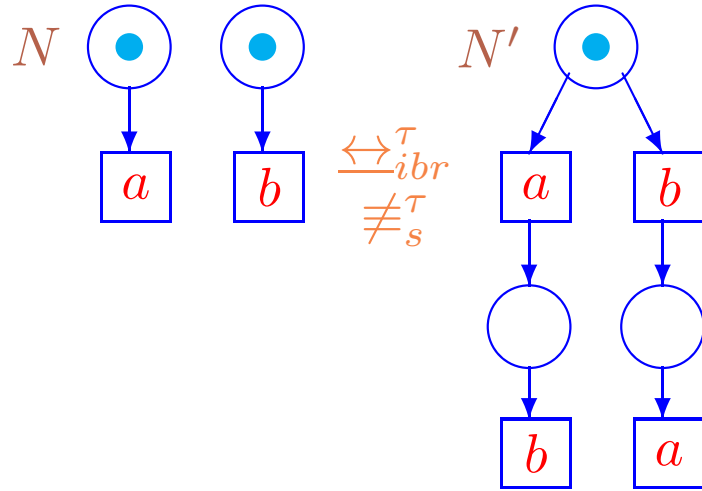
**Теорема 1** Пусть  $\leftrightarrow, \Leftrightarrow \in \{\equiv^T, \underline{\leftrightarrow}^T, \simeq\}$ ,  $\star, \star\star \in \{\_, i, s, pw, pom, iST, pwST, pomST, pomh, pomhST, ibr, pomhbr, iSTbr, pomhSTbr, mes\}$ .

Для СП с невидимыми переходами  $N$  и  $N'$

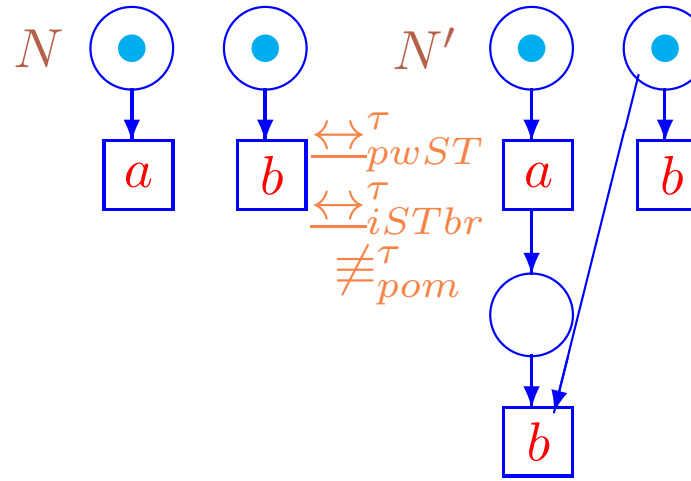
$$N \leftrightarrow_{\star} N' \Rightarrow N \Leftrightarrow_{\star\star} N'$$

тогда и только тогда, когда в изображенном выше графе существует направленный путь от  $\leftrightarrow_{\star}$  к  $\Leftrightarrow_{\star\star}$ .

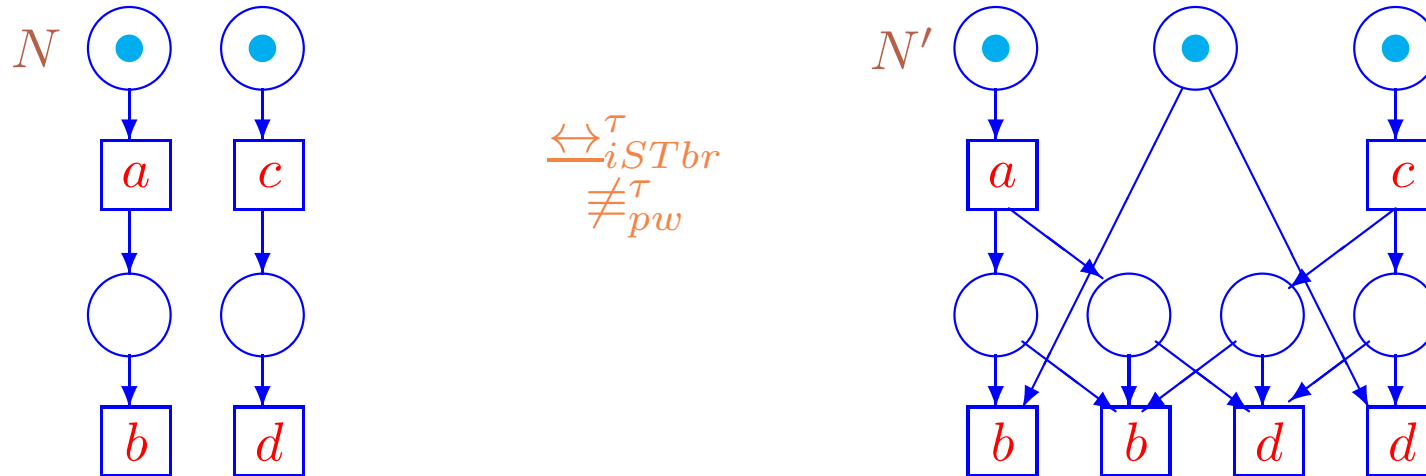
(a)



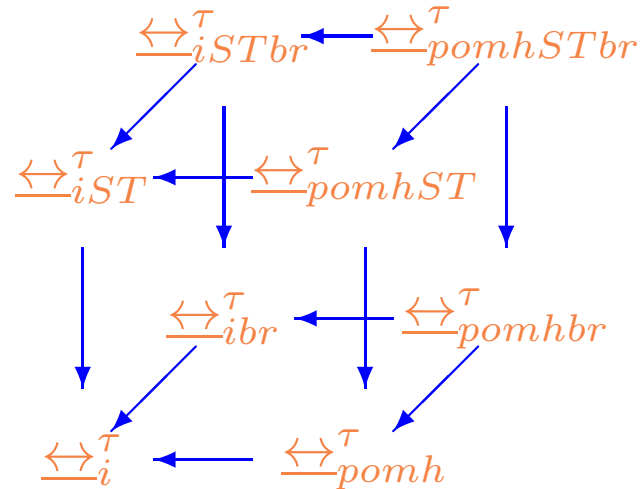
(b)



(c)



Примеры некоторых базисных  $\tau$ -эквивалентностей



Куб взаимосвязей базисных  $\tau$ -бисимуляционных эквивалентностей

Ортогональность следующих параметров:

ST- / сохранение истории / ветвистость.

## Пример редукции относительно $\tau$ -эквивалентностей

Модель пяти обедающих философов [P81]

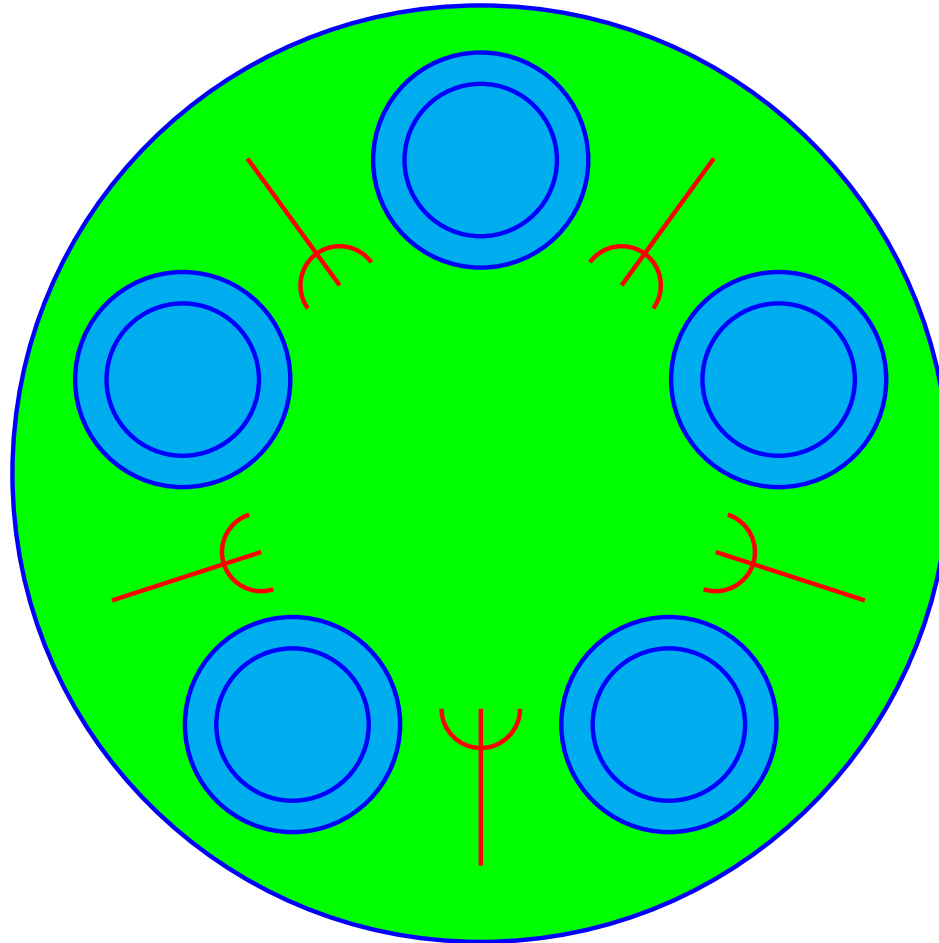


Схема системы обедающих философов



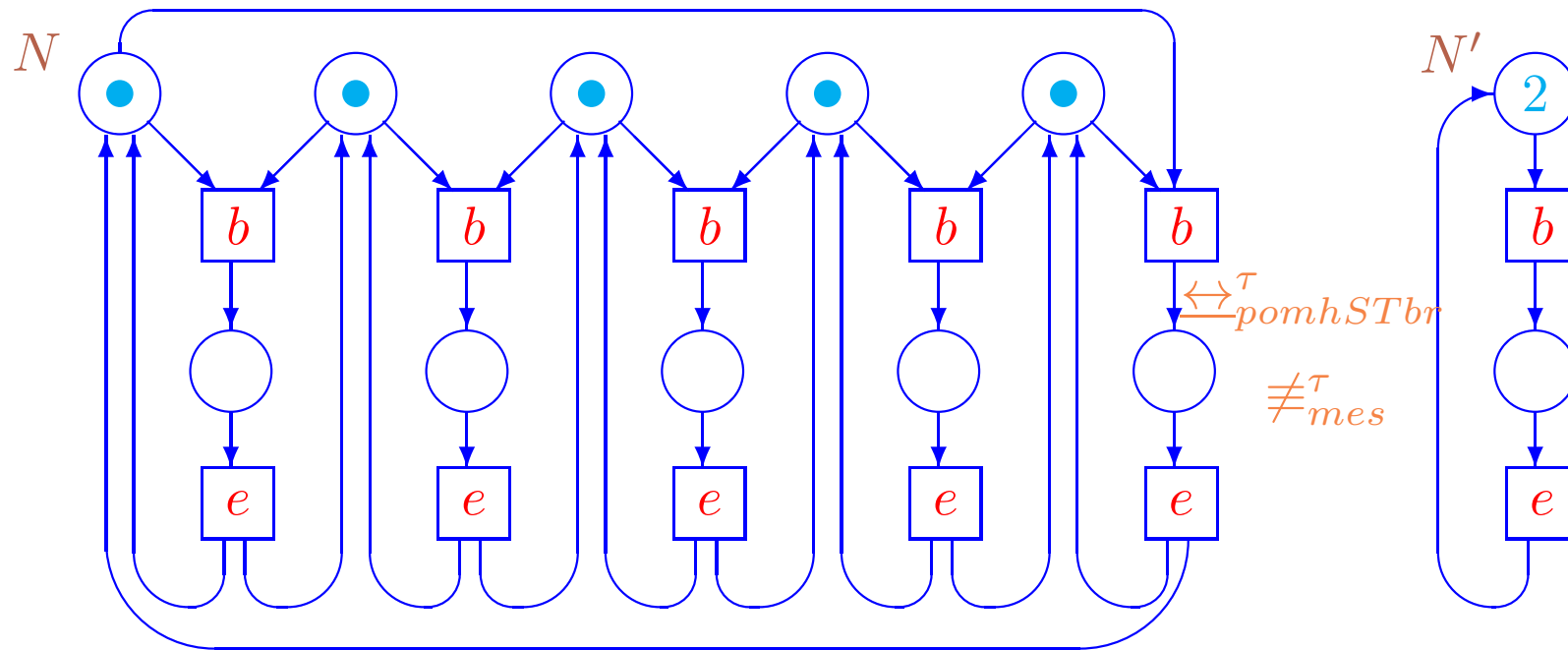
После запуска системы (философы входят в обеденную комнату), на столе появляются пять вилок.

Если у философа имеются левая и правая вилки, он одновременно берет обе и начинает есть.

В конце еды философ одновременно кладет обе вилки на стол.

Действие  $a$  соответствует запуску системы.

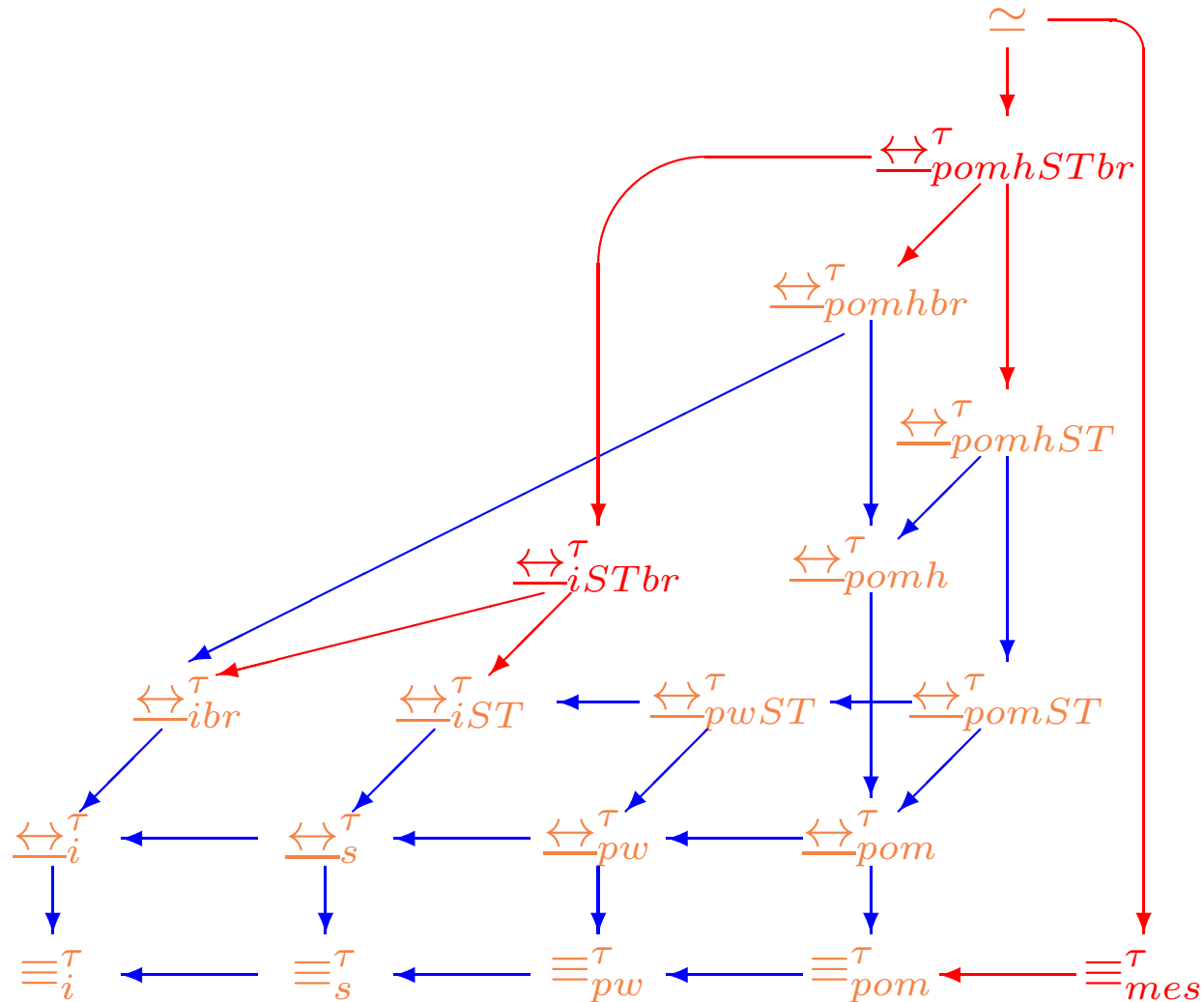
Действие  $b$  соответствует началу еды философа, а  $e$  — концу еды философа.



Полная и сокращенная СП абстрактной системы обедающих философов

# Заключение

## Полученные результаты

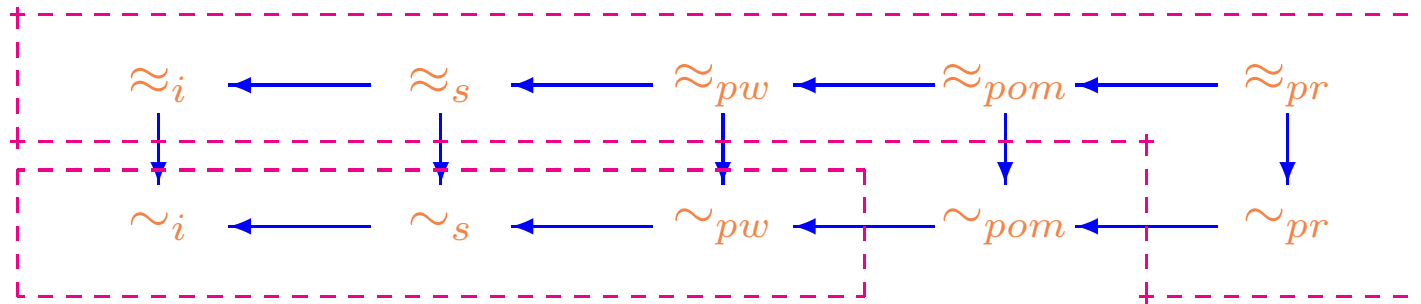


Новые результаты для базисных  $\tau$ -эквивалентностей

## Направления дальнейших исследований

Бисимуляционные эквивалентности мест [AS92].

Мы сравнили эквивалентности мест с другими эквивалентностями на СП без невидимых переходов [Tar98].



Совпадение бисимуляционных эквивалентностей мест

$$\sim_i \longleftarrow \sim_{pom} \longleftarrow \sim_{pr}$$

Взаимосвязи бисимуляционных эквивалентностей мест

## $\tau$ -бисимуляционные эквивалентности мест

- Интерливинговая  $\tau$ -бисимуляционная эквивалентность мест ( $\sim_i^\tau$ ) [Aut93, APS94].

Сохраняющая поведение редукция СП с невидимыми переходами.

## Новые эквивалентности

- Интерливинговая ветвистая  $\tau$ -бисимуляционная эквивалентность мест ( $\sim_{ibr}^\tau$ ).
- Неинтерливинговые варианты  $\tau$ -бисимуляционных эквивалентностей мест ( $\sim_s^\tau$ ,  $\sim_{pw}^\tau$  и  $\sim_{pot}^\tau$ ).

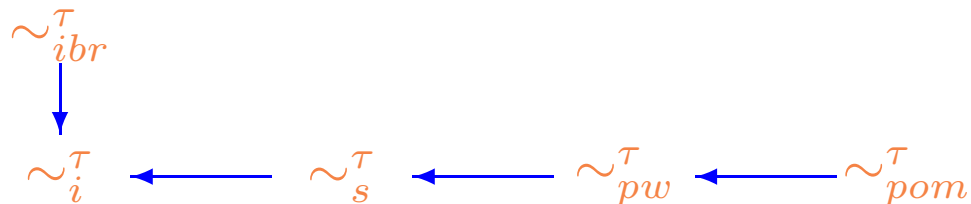
- **Взаимосвязи**  $\tau$ -бисимуляционных эквивалентностей мест.

Какие из трех отношений мест  $\sim_i^T$ ,  $\sim_s^T$  и  $\sim_{pw}^T$  совпадают?

Имеются **контрпримеры**:

из  $\sim_{ibr}^T$  и  $\sim_{pom}^T$  ни одно не является следствием другого и не совпадает ни с каким из трех упомянутых отношений мест.

- **Взаимосвязи**  $\tau$ -бисимуляционных эквивалентностей мест с другими  $\tau$ -эквивалентностями, рассмотренными нами.



Взаимосвязи  $\tau$ -бисимуляционных эквивалентностей мест

## Литература

- [APS94] AUTANT C., PFISTER W., SCHNOEBELEN PH. *Place bisimulations for the reduction of labelled Petri nets with silent moves. Proceedings of International Conference on Computing and Information, 1994.*
- [AS92] AUTANT C., SCHNOEBELEN PH. *Place bisimulations in Petri nets. LNCS 616*, p. 45–61, June 1992.
- [Aut93] AUTANT C. *Petri nets for the semantics and the implementation of parallel processes. Ph.D. thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, May 1993 (in French).*
- [Dev92] DEVILLERS R. *Maximality preservation and the ST-idea for action refinements. LNCS 609*, p. 108–151, 1992.
- [Gla93] VAN GLABBEEK R.J. *The linear time – branching time spectrum II: the semantics of sequential systems with silent moves. Extended abstract. LNCS 715*, p. 66–81, 1993.
- [Mil80] MILNER R.A.J. *A calculus of communicating systems. LNCS 92*, p. 172–180, 1980.

- [P81] J.L. PETERSON. *Petri net theory and modeling of systems*. Prentice-Hall, 1981.
- [Pom86] POMELLO L. *Some equivalence notions for concurrent systems. An overview*. LNCS 222, p. 381–400, 1986.
- [PRS92] POMELLO L., ROZENBERG G., SIMONE C. *A survey of equivalence notions for net based systems*. LNCS 609, p. 410–472, 1992.
- [Tar98] TARASYUK I.V. *Place bisimulation equivalences for design of concurrent and sequential systems*. *Electronic Notes in Theoretical Computer Science* 18, 16 p., 1998, <http://db.iis.nsk.su/persons/itar/ENTCS-18-016.ps>.
- [Vog91] VOGLER W. *Bisimulation and action refinement*. LNCS 480, p. 309–321, 1991.



Слайды можно скачать из Интернета:

<http://itar.iis.nsk.su/files/itar/pages/msi11sld.pdf>

Спасибо за внимание!