РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

ИНСТИТУТ СИСТЕМ ИНФОРМАТИКИ
ИМ. А.П. ЕРШОВА

На правах рукописи

Тарасюк Игорь Валерьевич

Исследование эквивалентностных понятий для моделей параллельных и распределенных систем

05.13.11 — математическое и программное обеспечение вычислительных машин, комплексов, систем и сетей

ДИССЕРТАЦИЯ
на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научные руководители:
к.ф.-м.н., с.н.с. ИСИ СО РАН, доцент Вирбицкайте И.Б.,
д.ф.-м.н., директор ИСИ СО РАН, профессор Поттосин И.В.

Новосибирск
1997

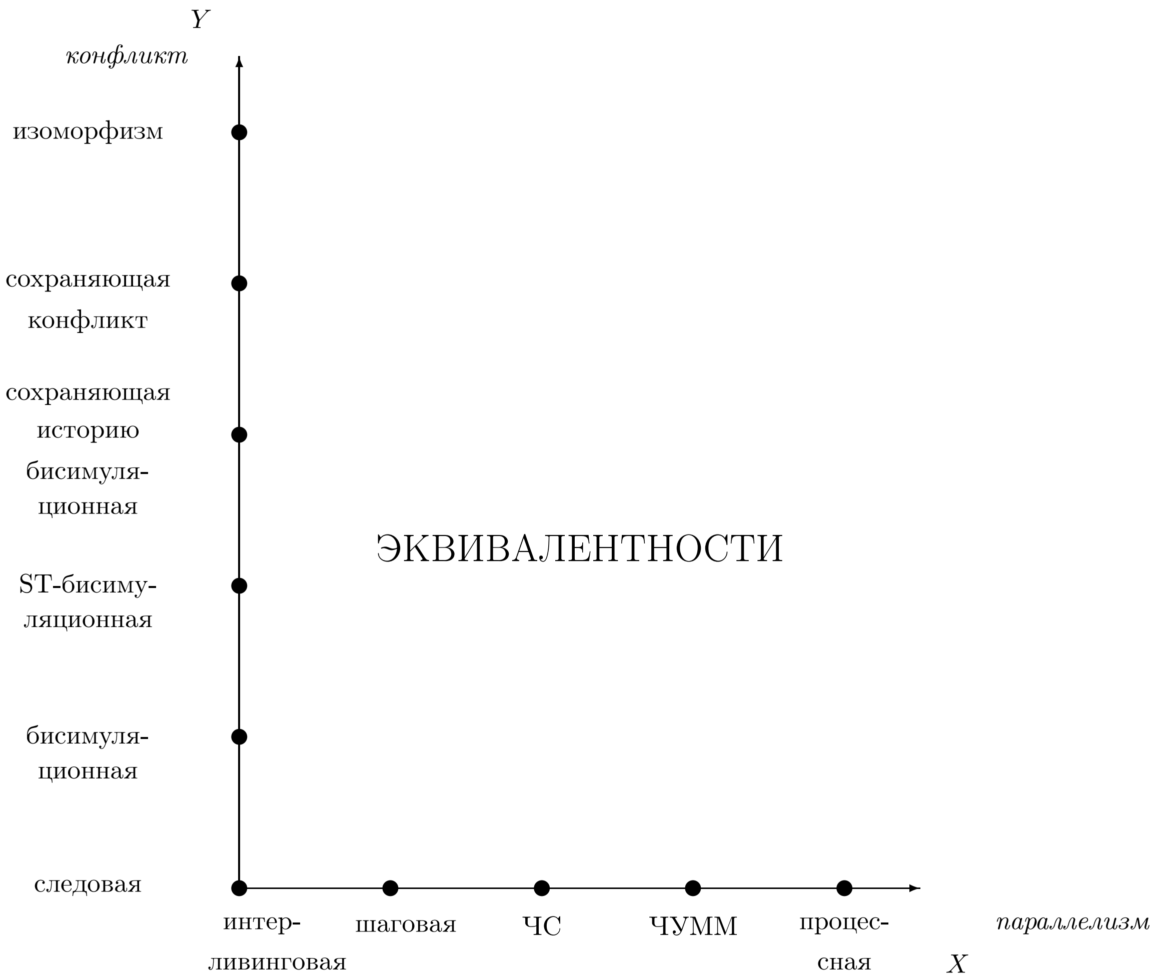

Рис. 1: Семантическая координатная плоскость

Классификация моделей:

1. интерливинг / истинный параллелизм;
2. линейное / ветвистое время;
3. структура / поведение.

В указанной области следующие **проблемы** требуют решения.

- Нет достаточно полного набора эквивалентностей во всех рассмотренных семантиках.
- Не установлена взаимосвязь ряда важных эквивалентностных отношений.
- Задача логической характеризации поведенческих эквивалентностей.
- Эффективные методы редукции систем с сохранением поведения по модулю эквивалентностей.
- Какие из эквивалентностей сохраняются при нисходящей разработке систем.
- Исследовать эквивалентности на подклассах и расширениях моделей.
- Установление взаимосвязи эквивалентностей, определенных в рамках различных формализмов.

Научная новизна данной работы состоит в следующем.

1. В рамках сетей Петри с видимыми и невидимыми переходами введен и исследован широкий набор поведенческих эквивалентностей в семантиках от интерливинговой до истинного параллелизма и от линейного до ветвистого времени, позволяющих абстрагироваться от структурных и поведенческих свойств моделируемых систем.
   - Получена диаграмма взаимосвязей указанных выше эквивалентностей. Дана логическая характеризация ряда эквивалентностей, позволяющая рассуждать о поведении параллельных систем в терминах формул темпоральных логик. Описан метод эффективной редукции сетей с сохранением их поведения по модулю эквивалентностей.
   - Исследованы композициональные аспекты сохранения поведенческих свойств моделируемых параллельных систем.
   - Установлена взаимосвязь эквивалентностных отношений на подклассах сетей с целью упрощения сравнения их поведения и лучшего понимания природы эквивалентностей.
2. На временных сетях Петри с видимыми и невидимыми переходами исследован ряд временных, не-временных и региональных эквивалентностей, способных в разной степени учитывать временные аспекты поведения моделируемых систем.

- Выяснено соотношение указанных эквивалентностей. Дана региональная характеризация временных эквивалентностей, позволяющая упростить проверку последних.
- Разработан композициональный подход к проверке эквивалентности временных систем.
- Установлена взаимосвязь эквивалентностей на подклассах временных сетей.

3. Исследованы семантические эквивалентности алгебраических исчислений и их расширений, а также их связь с сетевыми эквивалентностными отношениями.

   - Разработано новое исчисление помеченных недетерминированных параллельных процессов $AFLP_2$ — расширение известной алгебры AFP_2 (введенной В.Е. Котовым и Л.А. Черкасовой) функцией пометки, что позволило специфицировать значительно более широкий класс процессов, чем в AFP_2.
   - Дана полная и корректная аксиоматизация эквивалентностей относительно денотационных семантик указанных алгебр, а также операционная характеризация этих эквивалентностей, позволяющая сравнивать их с поведенческими эквивалентностными отношениями.
   - Установлены взаимосвязи алгебраических и сетевых эквивалентностей, что дало возможность переходить от сетевых к алгебраическим спецификациям и обратно с сохранением поведения и объединило преимущества сетей и алгебр.
   - Предложена система правил переписывания для автоматизации проверки семантических эквивалентностей алгебраических исчислений, на основе которой разработана программа для машинной проверки эквивалентности формул.

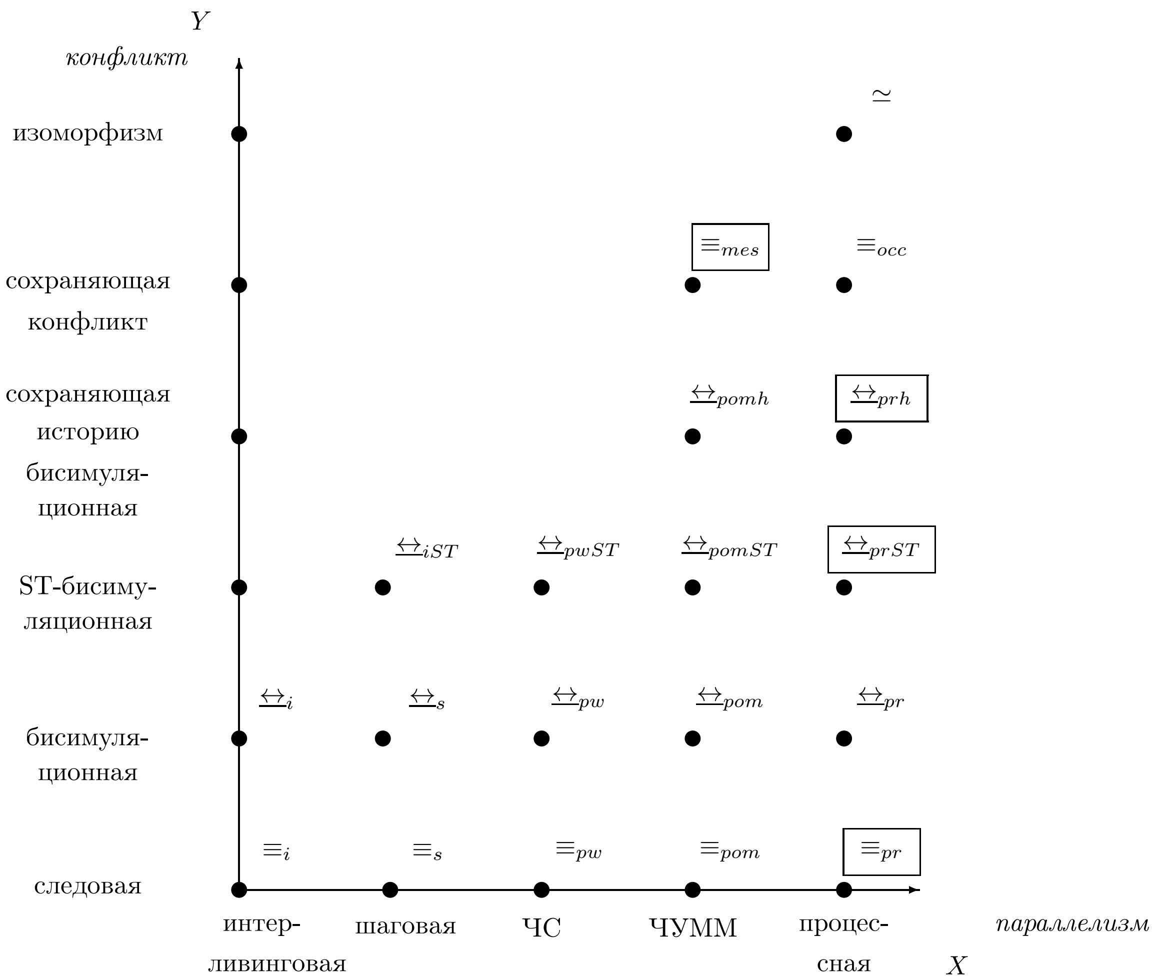

Рис. 2: Классификация базисных эквивалентностей

Следовые эквивалентности

Определение 1 Интерливинговый след *сети* N *— это последовательность* $a_1 \cdots a_n \in Act^*$ *такая, что* $\pi_N \stackrel{a_1}{\to} \pi_1 \stackrel{a_2}{\to} \ldots \stackrel{a_n}{\to} \pi_n$, *где* $\pi_i \in \Pi(N)$ $(1 \leq i \leq n)$. *Обозначим* множество всех интерливинговых следов *сети* N *через* $IntTraces(N)$. *Сети* N *и* N' интерливингово следово эквивалентны, *запись* $N \equiv_i N'$, *если* $IntTraces(N) = IntTraces(N')$.

Определение 2 Шаговый след *сети* N *— это последовательность* $A_1 \cdots A_n \in (\mathcal{M}(Act))^*$ *такая, что* $\pi_N \stackrel{A_1}{\to} \pi_1 \stackrel{A_2}{\to} \ldots \stackrel{A_n}{\to} \pi_n$, *где* $\pi_i \in \Pi(N)$ $(1 \leq i \leq n)$. *Обозначим* множество всех шаговых следов *сети* N *через* $StepTraces(N)$. *Сети* N *и* N' шагово следово эквивалентны, *запись* $N \equiv_s N'$, *если* $StepTraces(N) = StepTraces(N')$.

Определение 3 ЧУММ-след *сети* N *— это ЧУММ* ρ *— класс изоморфизма ПЧУМ* ρ_C *для* $\pi = (C, \varphi) \in \Pi(N)$. *Пишем* $\rho \sqsubseteq \rho'$, *если* $\rho_C \sqsubseteq \rho_{C'}$ *для* $\rho_C \in \rho$ *и* $\rho_{C'} \in \rho'$. *В этом случае говорим, что ЧУММ* ρ менее последователен *или* более параллелен, *чем* ρ'. *Обозначим через* $Pomsets(N)$ множество всех следов ЧУММ *сети* N. *Сети* N *и* N' ЧС следово эквивалентны, *запись* $N \equiv_{pw} N'$, *если* $Pomsets(N) \sqsubseteq Pomsets(N')$ *и* $Pomsets(N') \sqsubseteq Pomsets(N)$, *то есть для любого* $\rho' \in Pomsets(N')$ *существует* $\rho \in Pomsets(N)$ *такой, что* $\rho \sqsubseteq \rho'$ *и наоборот.*

Определение 4 *Сети* N *и* N' ЧУММ следово эквивалентны, *запись* $N \equiv_{pom} N'$, *если* $Pomsets(N) = Pomsets(N')$.

Определение 5 (С-)процессный след *сети* N *— это класс изоморфизма* C *для* $\pi = (C, \varphi) \in \Pi(N)$. $ProcessNets(N)$ *обозначает* множество всех (С-)процессных следов *сети* N. *Сети* N *и* N'
(С-)процессно следово эквивалентны, *запись* $N \equiv_{pr} N'$, *если*
$ProcessNets(N) = ProcessNets(N')$.

Обычные бисимуляционные эквивалентности

Определение 6 *Пусть* N *и* N' *— некоторые сети. Отношение* $\mathcal{R} \subseteq \Pi(N) \times \Pi(N')$ — $\star$-бисимуляция *между* N *и* N', $\star \in$ {интерливингивая, шаговая, ЧС, ЧУММ, процессная}, *запись* $\mathcal{R} : N \underline{\leftrightarrow}_\star N'$, $\star \in \{i, s, pw, pom, pr\}$, *если:*

1. $(\pi_N, \pi_{N'}) \in \mathcal{R}$.
2. $(\pi, \pi') \in \mathcal{R},\ \pi \xrightarrow{\hat{\pi}} \tilde{\pi}$,

   (a) $|T_{\widehat{C}}| = 1$, *если* $\star = i$;

   (b) $\prec_{\widehat{C}} = \emptyset$, *если* $\star = s$;

   $\Rightarrow \exists \tilde{\pi}' :\ \pi' \xrightarrow{\hat{\pi}'} \tilde{\pi}',\ (\tilde{\pi}, \tilde{\pi}') \in \mathcal{R}$ *и*

   (a) $\rho_{\widehat{C}'} \sqsubseteq \rho_{\widehat{C}}$, *если* $\star = pw$;

   (b) $\rho_{\widehat{C}} \simeq \rho_{\widehat{C}'}$, *если* $\star \in \{i, s, pom\}$;

   (c) $\widehat{C} \simeq \widehat{C}'$, *если* $\star = pr$.
3. *Как пункт 2, но роли* N *и* N' *меняются.*

Сети N *и* N' $\star$-бисимуляционно эквивалентны, $\star \in$ {интерливингивая, шаговая, ЧС, ЧУММ, процессная}, *запись* $N \underline{\leftrightarrow}_\star N'$, *если* $\exists \mathcal{R} : N \underline{\leftrightarrow}_\star N',\ \star \in \{i, s, pw, pom, pr\}$.

ST-бисимуляционные эквивалентности

Определение 7 *Пусть N и N' — некоторые сети. Отношение* $\mathcal{R} \subseteq ST-\Pi(N) \times ST-\Pi(N') \times \mathcal{B}$, *где* $\mathcal{B} = \{\beta \mid \beta : T_C \to T_{C'},\ \pi = (C,\varphi) \in \Pi(N),\ \pi' = (C',\varphi') \in \Pi(N')\}$ — $\star$-ST-бисимуляция *между N и N'*, $\star \in$\{интерливинговая, ЧС, ЧУММ, процессная\}, *запись* $\mathcal{R} : N \underline{\leftrightarrow}_{\star ST} N'$, $\star \in \{i, pw, pom, pr\}$, *если:*

1. $((\pi_N, \pi_N), (\pi_{N'}, \pi_{N'}), \emptyset) \in \mathcal{R}$.
2. $((\pi_E, \pi_P), (\pi'_E, \pi'_P), \beta) \in \mathcal{R} \ \Rightarrow\ \beta : \rho_{C_E} \asymp \rho_{C'_E}$ *и* $\beta(T_{C_P}) = T_{C'_P}$.
3. $((\pi_E, \pi_P), (\pi'_E, \pi'_P), \beta) \in \mathcal{R},\ (\pi_E, \pi_P) \to (\tilde{\pi}_E, \tilde{\pi}_P) \ \Rightarrow\ \exists \tilde{\beta},\ (\tilde{\pi}'_E, \tilde{\pi}'_P) : (\pi'_E, \pi'_P) \to (\tilde{\pi}'_E, \tilde{\pi}'_P),\ \tilde{\beta}|_{T_{C_E}} = \beta,\ ((\tilde{\pi}_E, \tilde{\pi}_P), (\tilde{\pi}'_E, \tilde{\pi}'_P), \tilde{\beta}) \in \mathcal{R}$, *и если* $\pi_P \xrightarrow{\pi} \tilde{\pi}_E,\ \pi'_P \xrightarrow{\pi'} \tilde{\pi}'_E,\ \gamma = \tilde{\beta}|_{T_C}$, *то:*
   (a) $\gamma^{-1} : \rho_{C'} \sqsubseteq \rho_C$, *если* $\star = pw$;
   (b) $\gamma : \rho_C \simeq \rho_{C'}$, *если* $\star \in \{pom, pr\}$;
   (c) $C \simeq C'$, *если* $\star = pr$.
4. *Как пункт 3, но роли N и N' меняются.*

Сети N и N' $\star$-ST-бисимуляционно эквивалентны, $\star \in$ \{интерливингивая, ЧС, ЧУММ, процессная\}, *запись* $N \underline{\leftrightarrow}_{\star ST} N'$, *если* $\exists \mathcal{R} : N \underline{\leftrightarrow}_{\star ST} N'$, $\star \in \{i, pw, pom, pr\}$.

Сохраняющие историю бисимуляционные эквивалентности

Определение 8 *Пусть N и N' — некоторые сети. Отношение* $\mathcal{R} \subseteq \Pi(N) \times \Pi(N') \times \mathcal{B}$, *где* $\mathcal{B} = \{\beta \mid \beta : T_C \to T_{C'},\ \pi = (C,\varphi) \in \Pi(N),\ \pi' = (C',\varphi') \in \Pi(N')\}$ — $\star$-сохраняющая историю бисимуляция *между N и N'*, $\star \in$\{ЧУММ, процессная\}, *запись* $N \underline{\leftrightarrow}_{\star h} N'$, $\star \in \{pom, pr\}$, *если:*

1. $(\pi_N, \pi_{N'}, \emptyset) \in \mathcal{R}$.
2. $(\pi, \pi', \beta) \in \mathcal{R} \ \Rightarrow$
   (a) $\beta : \rho_C \simeq \rho_{C'}$, *если* $\star \in \{pom, pr\}$;
   (b) $C \simeq C'$, *если* $\star = pr$.
3. $(\pi, \pi', \beta) \in \mathcal{R},\ \pi \to \tilde{\pi} \ \Rightarrow\ \exists \tilde{\beta},\ \tilde{\pi}' : \pi' \to \tilde{\pi}',\ \tilde{\beta}|_{T_C} = \beta,\ (\tilde{\pi}, \tilde{\pi}', \tilde{\beta}) \in \mathcal{R}$.
4. *Как пункт 3, но роли N и N' меняются.*

Сети N и N' $\star$-сохраняюще историю бисимуляционно эквивалентны, $\star \in$\{ЧУММ, процессная\}, *запись* $N \underline{\leftrightarrow}_{\star h} N'$, *если* $\exists \mathcal{R} : N \underline{\leftrightarrow}_{\star h} N'$,
$\star \in \{pom, pr\}$.

Сохраняющие конфликт эквивалентности

Определение 9 МСС-след *сети* N *— МСС* ξ *— класс изоморфизма ПСС* ξ_O *для* $\varpi = (O, \psi) \in \wp(N)$. *Обозначим через* $MEStructs(N)$ множество всех МСС-следов *сети* N. *Две сети* N *и* N' МСС сохраняюще конфликт эквивалентны, *запись* $N \equiv_{mes} N'$, *если* $MEStructs(N) = MEStructs(N')$. *Заметим, что, в силу единственности максимального О-процесса, это равносильно требованию* $\mathcal{E}(N) = \mathcal{E}(N')$.

Определение 10 О-процессный след *сети* N *— это класс изоморфизма О-сети* O *для* $\varpi = (O, \psi) \in \wp(N)$. *Обозначим через* $OccNets(N)$ множество всех О-процессных следов *сети* N. *Две сети* N *и* N' О-процессно сохраняюще конфликт эквивалентны, *запись* $N \equiv_{occ} N'$, *если* $OccNets(N) = OccNets(N')$. *Заметим, что, в силу единственности максимального О-процесса, это равносильно требованию* $\mathcal{U}(N) = \mathcal{U}(N')$.

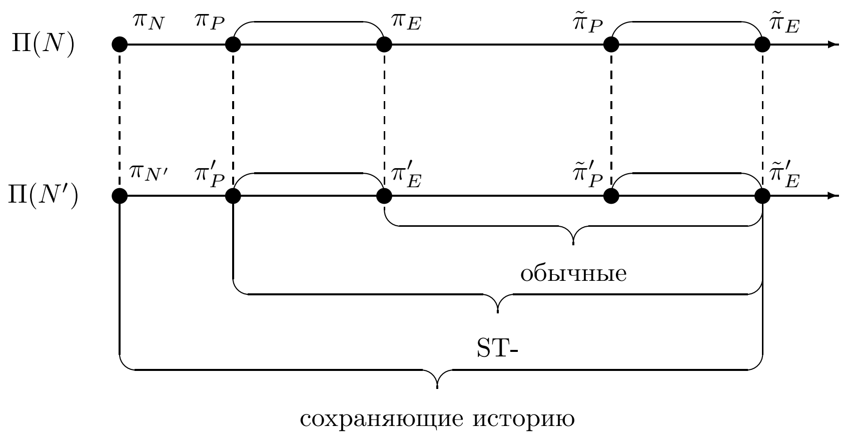

Рис. 3: Различающая способность бисимуляционных эквивалентностей

$$
\begin{tikzcd}
 & & & & \simeq \arrow[d] \\
 & & & \equiv_{mes} \arrow[d] & \equiv_{occ} \arrow[l] \arrow[d] \\
 & & & \underline{\leftrightarrow}_{pomh} \arrow[d] & \underline{\leftrightarrow}_{prh} \arrow[l] \arrow[d] \\
 & \underline{\leftrightarrow}_{iST} \arrow[d] & \underline{\leftrightarrow}_{pwST} \arrow[l] \arrow[d] & \underline{\leftrightarrow}_{pomST} \arrow[l] \arrow[d] & \underline{\leftrightarrow}_{prST} \arrow[l] \arrow[d] \\
\underline{\leftrightarrow}_{i} \arrow[d] & \underline{\leftrightarrow}_{s} \arrow[l] \arrow[d] & \underline{\leftrightarrow}_{pw} \arrow[l] \arrow[d] & \underline{\leftrightarrow}_{pom} \arrow[l] \arrow[d] & \underline{\leftrightarrow}_{pr} \arrow[l] \arrow[d] \\
\equiv_{i} & \equiv_{s} \arrow[l] & \equiv_{pw} \arrow[l] & \equiv_{pom} \arrow[l] & \equiv_{pr} \arrow[l]
\end{tikzcd}
$$

Рис. 4: Взаимосвязь базисных эквивалентностей

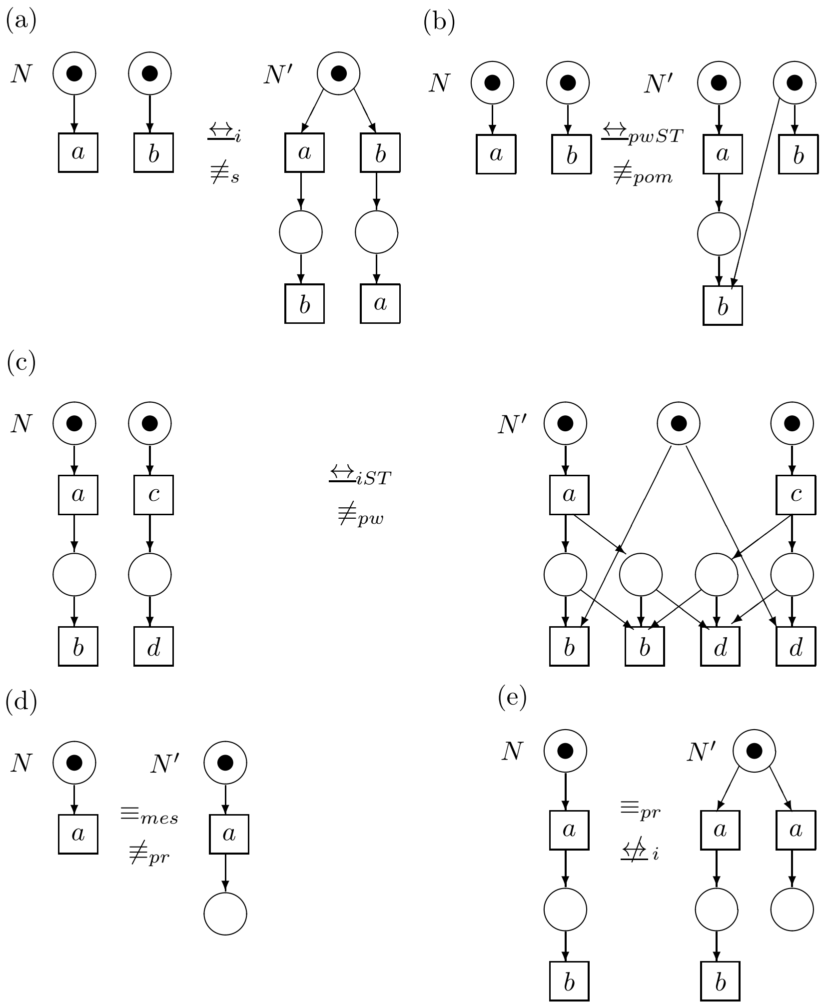

Рис. 5: Примеры базисных эквивалентностей

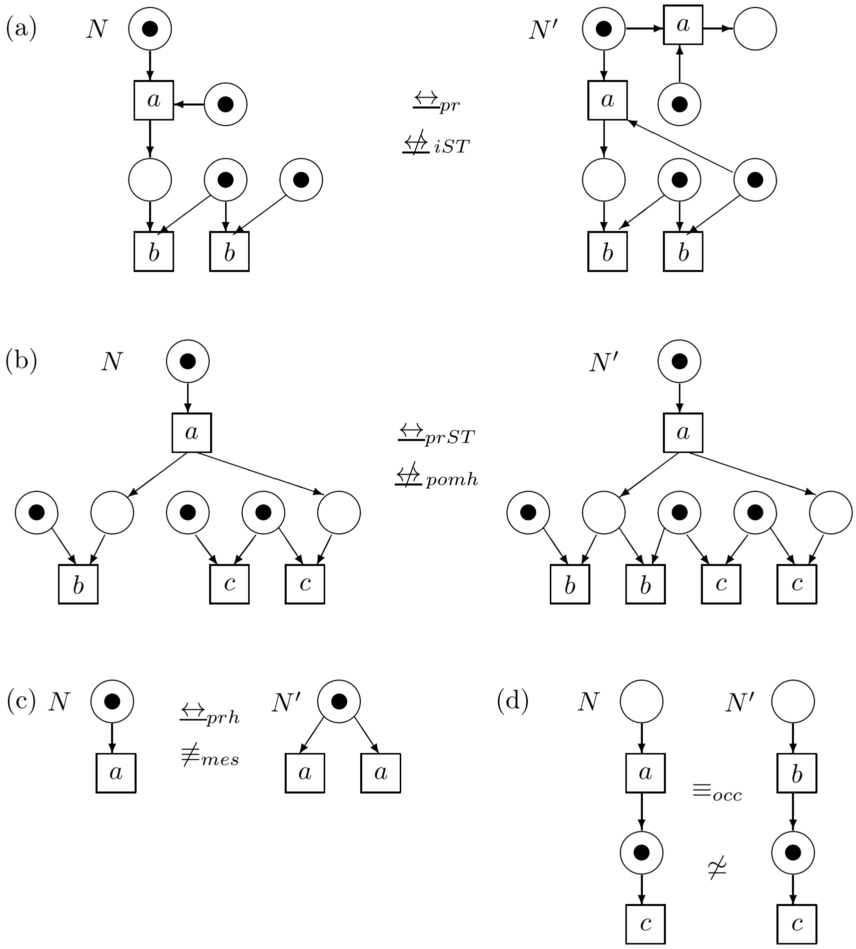

Рис. 6: Примеры базисных эквивалентностей (продолжение)

Обратные-прямые бисимуляционные эквивалентности

Определение 11 *Пусть N и N' — некоторые сети. Отношение* $\mathcal{R} \subseteq Runs(N)\times$ $Runs(N')$ — $\star$-обратная $\star\star$-прямая бисимуляция *между N и N'*, $\star, \star\star \in${интерливин
шаговая, ЧС, ЧУММ, процессная}*, запись* $\mathcal{R} : N \underline{\leftrightarrow}_{\star b \star\star f} N'$, $\star, \star\star \in \{i, s, pw, pom, pr$
если:

1. $((\pi_N, \varepsilon), (\pi_{N'}, \varepsilon)) \in \mathcal{R}$.

2. $((\pi, \sigma), (\pi', \sigma')) \in \mathcal{R}$

   - *(обратно)*

     $(\tilde{\pi}, \tilde{\sigma}) \xrightarrow{\hat{\pi}} (\pi, \sigma)$,

     (a) $|T_{\widehat{C}}| = 1$, *если* $\star = i$;

     (b) $\prec_{\widehat{C}} = \emptyset$, *если* $\star = s$;

     $\Rightarrow\ \exists (\tilde{\pi}', \tilde{\sigma}') :\ (\tilde{\pi}', \tilde{\sigma}') \xrightarrow{\hat{\pi}'} (\pi', \sigma'),\ ((\tilde{\pi}, \tilde{\sigma}), (\tilde{\pi}', \tilde{\sigma}')) \in \mathcal{R}$ *и*

     (a) $\rho_{\widehat{C}'} \sqsubseteq \rho_{\widehat{C}}$, *если* $\star = pw$;

     (b) $\rho_{\widehat{C}} \simeq \rho_{\widehat{C}'}$, *если* $\star \in \{i, s, pom\}$;

     (c) $\widehat{C} \simeq \widehat{C}'$, *если* $\star = pr$;

   - *(прямо)*

     $(\pi, \sigma) \xrightarrow{\hat{\pi}} (\tilde{\pi}, \tilde{\sigma})$,

     (a) $|T_{\widehat{C}}| = 1$, *если* $\star\star = i$;

     (b) $\prec_{\widehat{C}} = \emptyset$, *если* $\star\star = s$;

     $\Rightarrow\ \exists (\tilde{\pi}', \tilde{\sigma}') :\ (\pi', \sigma') \xrightarrow{\hat{\pi}'} (\tilde{\pi}', \tilde{\sigma}'),\ ((\tilde{\pi}, \tilde{\sigma}), (\tilde{\pi}', \tilde{\sigma}')) \in \mathcal{R}$ *и*

     (a) $\rho_{\widehat{C}'} \sqsubseteq \rho_{\widehat{C}}$, *если* $\star\star = pw$;

     (b) $\rho_{\widehat{C}} \simeq \rho_{\widehat{C}'}$, *если* $\star\star \in \{i, s, pom\}$;

     (c) $\widehat{C} \simeq \widehat{C}'$, *если* $\star\star = pr$.

3. *Как пункт 2, но роли N и N' меняются.*

Сети N и N' $\star$-обратно $\star\star$-прямо бисимуляционно эквивалентны, $\star, \star\star \in$ {интерливингивая, шаговая, ЧС, ЧУММ, процессная}*, запись* $N \underline{\leftrightarrow}_{\star b \star\star f} N'$, *если* $\exists \mathcal{R} : N \underline{\leftrightarrow}_{\star b \star\star f} N'$, $\star, \star\star \in \{i, s, pw, pom, pr\}$.

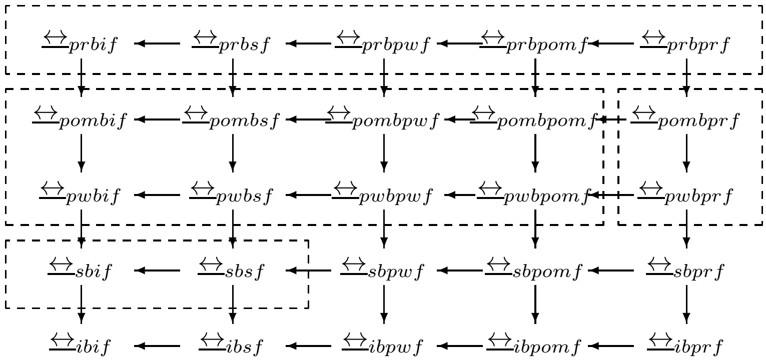

Рис. 7: Совпадение обратных-прямых бисимуляционных эквивалентностей

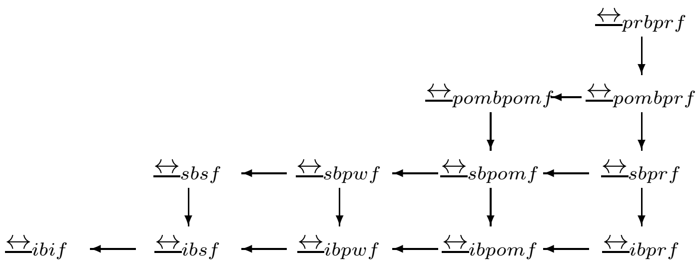

Рис. 8: Взаимосвязь обратных-прямых бисимуляционных эквивалентностей

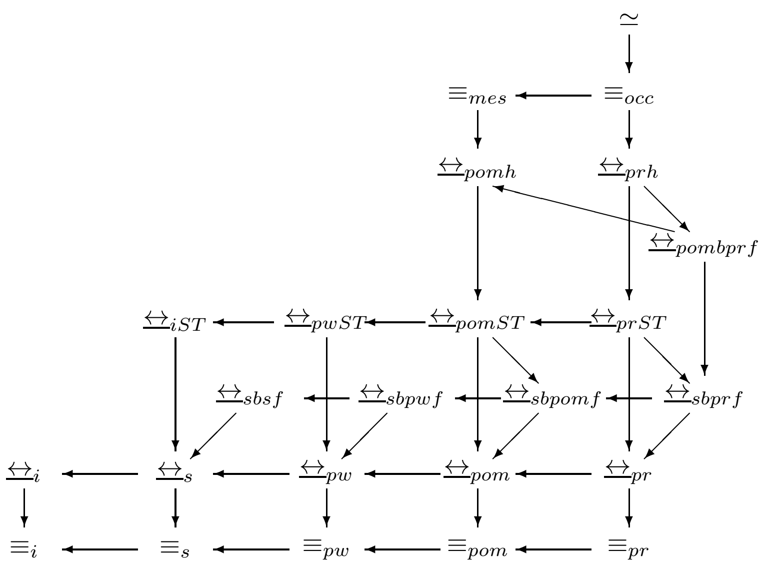

Рис. 9: Взаимосвязь обратных-прямых бисимуляционных эквивалентностей с базисными эквивалентностями

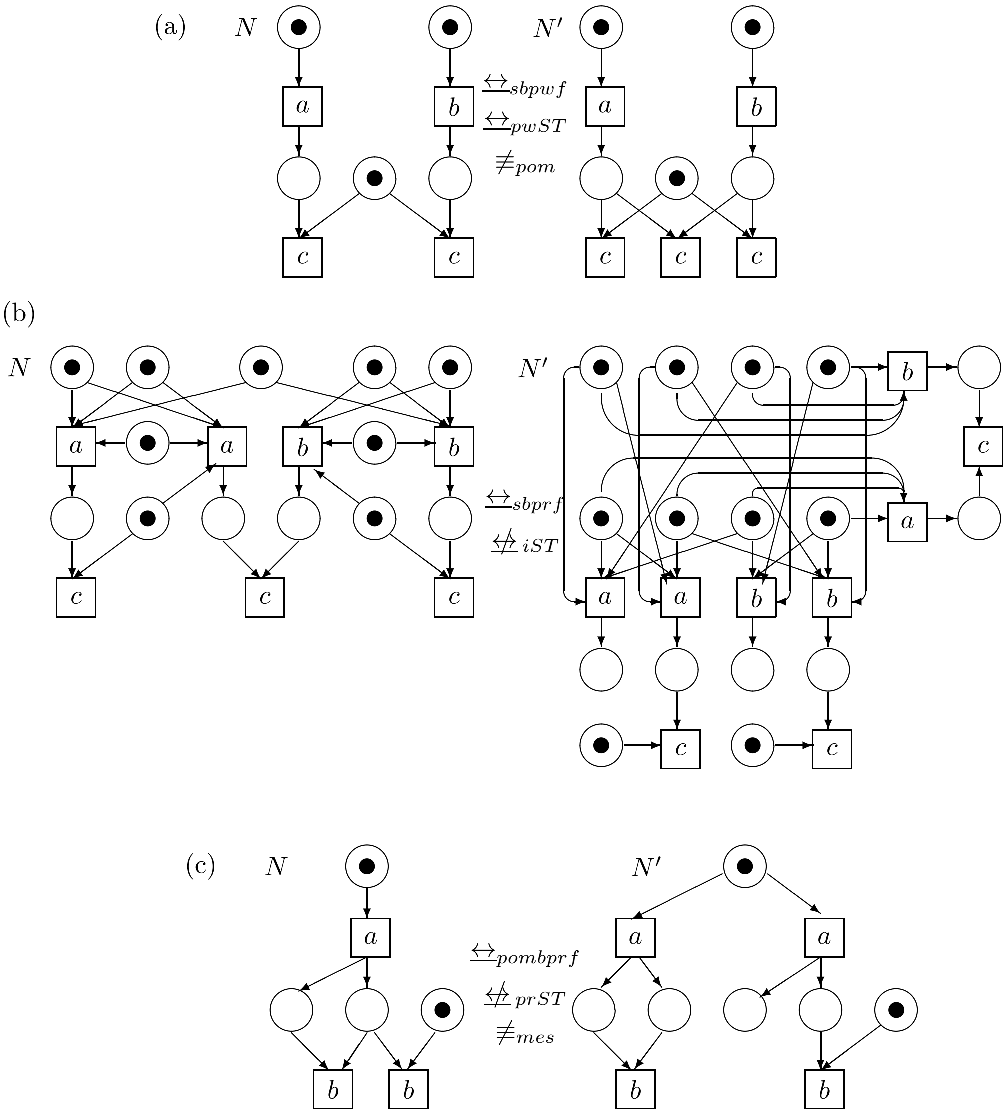

Рис. 10: Примеры обратных-прямых бисимуляционных эквивалентностей

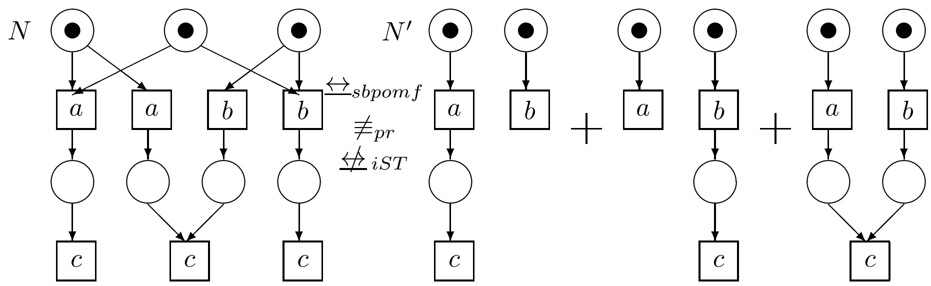

Рис. 11: Более ясный, но менее сильный пример обратных-прямых бисимуляционных эквивалентностей

Бисимуляционные эквивалентности мест

Определение 12 *Пусть N и N' — некоторые сети. Отношение* $\mathcal{R} \subseteq Mark(N)\times Mark(N')$ — $\star$-бисимуляция *между N и N'*, $\star \in$ $\{$интерливингивая, шаговая, ЧС, ЧУММ, процессная$\}$, *запись* $\mathcal{R} : N\underline{\leftrightarrow}_\star N'$, $\star \in \{i, s, pw, pom, pr\}$, *если:*

1. $(M_N, M_{N'}) \in \mathcal{R}$.
2. $(M, M') \in \mathcal{R},\ M \stackrel{\hat{\pi}}{\to} \widetilde{M}$,

   (a) $|T_{\widehat{C}}| = 1$, *если* $\star = i$;

   (b) $\prec_{\widehat{C}} = \emptyset$, *если* $\star = s$;

   $\Rightarrow\ \exists \widetilde{M}' :\ M' \stackrel{\hat{\pi}'}{\to} \widetilde{M}',\ (\widetilde{M}, \widetilde{M}') \in \mathcal{R}$ *и*

   (a) $\rho_{\widehat{C}'} \sqsubseteq \rho_{\widehat{C}}$, *если* $\star = pw$;

   (b) $\rho_{\widehat{C}} \simeq \rho_{\widehat{C}'}$, *если* $\star \in \{i, s, pom\}$;

   (c) $\widehat{C} \simeq \widehat{C}'$, *если* $\star = pr$.
3. *Как пункт 2, но роли N и N' меняются.*

Сети N и N' $\star$-бисимуляционно эквивалентны, $\star \in$ $\{$интерливингивая, шаговая, ЧС, ЧУММ, процессная$\}$, *запись* $N\underline{\leftrightarrow}_\star N'$, *если* $\exists \mathcal{R} : N\underline{\leftrightarrow}_\star N',\ \star \in \{i, s, pw, pom, pr\}$.

Определение 13 *Пусть N и N' — некоторые сети и $\mathcal{R} \subseteq P_N \times P_{N'}$ — отношение на местах.* Поднятие *отношения $\mathcal{R}$ — отношение* $\overline{\mathcal{R}} \subseteq \mathcal{M}(P_N)\times \mathcal{M}(P_{N'})$, *определяемое следующим образом:*

$$(M, M') \in \overline{\mathcal{R}}\ \Leftrightarrow\ \begin{cases} \exists\{(p_1, p_1'), \dots, (p_n, p_n')\} \in \mathcal{M}(\mathcal{R}) : \\ M = \{p_1, \dots p_n\},\ M' = \{p_1', \dots p_n'\} \end{cases}$$

Определение 14 *Пусть N и N' — некоторые сети. Отношение* $\mathcal{R} \subseteq P_N \times P_{N'}$ — $\star$-бисимуляция мест *между N и N'*, $\star \in$ $\{$интерливинговая, шаговая, ЧС, ЧУММ, процессная$\}$, *запись* $\mathcal{R} : N \sim_\star N'$, *если* $\overline{\mathcal{R}} : N\underline{\leftrightarrow}_\star N',\ \star \in \{i, s, pw, pom, pr\}$.

Сети N и N' $\star$-бисимуляционно эквивалентны на местах, $\star \in$ $\{$интерливингивая, шаговая, ЧС, ЧУММ, процессная$\}$, *запись* $N \sim_\star N'$, *если* $\exists \mathcal{R} : N \sim_\star N',\ \star \in \{i, s, pw, pom, pr\}$.

Определение 15 *Пусть N и N' — некоторые сети и $t \in T_N$, $t' \in T_{N'}$. Тогда*

$$(t,t') \in \overline{\mathcal{R}} \;\Leftrightarrow\; \begin{cases} ({}^\bullet t, {}^\bullet t') \in \overline{\mathcal{R}} \wedge \\ (t^\bullet, t'^\bullet) \in \overline{\mathcal{R}} \wedge \\ l_N(t) = l_{N'}(t') \end{cases}$$

Определение 16 *Отношение $\mathcal{R} \subseteq P_N \times P_{N'}$ —* строгая $\star$-бисимуляция мест *между N и N', $\star \in$*{интерливинговая, шаговая, ЧС, ЧУММ, процессная}*, запись $\mathcal{R} : N \approx_\star N'$, $\star \in \{i, s, pw, pom, pr\}$, если:*

1. *$\overline{\mathcal{R}} : N \underline{\leftrightarrow}_\star N'$.*
2. *В определении $\star$-бисимуляции в пункт 2 (и симметрично в пункт 3) добавляется новое требование: $\forall v \in T_{\widehat{C}}\ (\hat{\varphi}(v), \hat{\varphi}'(\beta(v))) \in \overline{\mathcal{R}}$, где:*
   - *(a) $\beta : \rho_{\widehat{C}'} \sqsubseteq \rho_{\widehat{C}}$, если $\star = pw$;*
   - *(b) $\beta : \rho_{\widehat{C}} \simeq \rho_{\widehat{C}'}$, если $\star \in \{i, s, pom\}$;*
   - *(c) $\beta : \widehat{C} \simeq \widehat{C}'$, если $\star = pr$.*

Сети N и N' строго $\star$-бисимуляционно эквивалентны на местах*, $\star \in$*{интерливинги шаговая, ЧС, ЧУММ, процессная}*, запись $N \approx_\star N'$, если $\exists \mathcal{R} : N \approx_\star N'$, $\star \in \{i, s, pw, pom, pr\}$.*

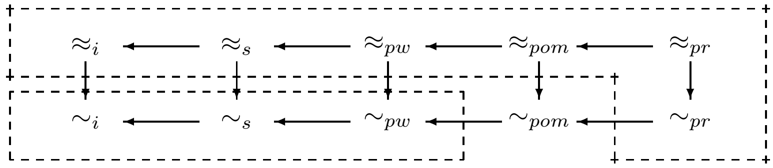

Рис. 12: Совпадение бисимуляционных эквивалентностей мест

$$\sim_i \longleftarrow \sim_{pom} \longleftarrow \sim_{pr}$$

Рис. 13: Взаимосвязь бисимуляционных эквивалентностей мест

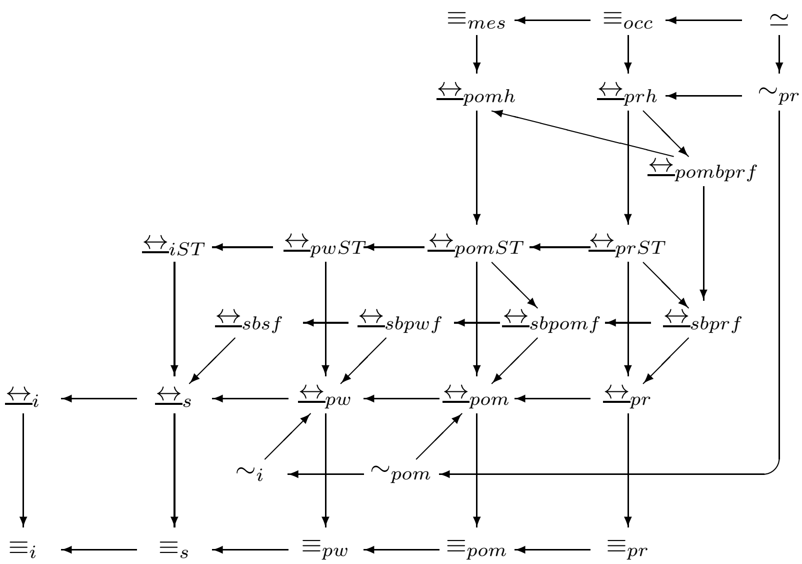

Рис. 14: Взаимосвязь бисимуляционных эквивалентностей мест с базисными эквивалентностями и обратными-прямыми бисимуляционными эквивалентностями

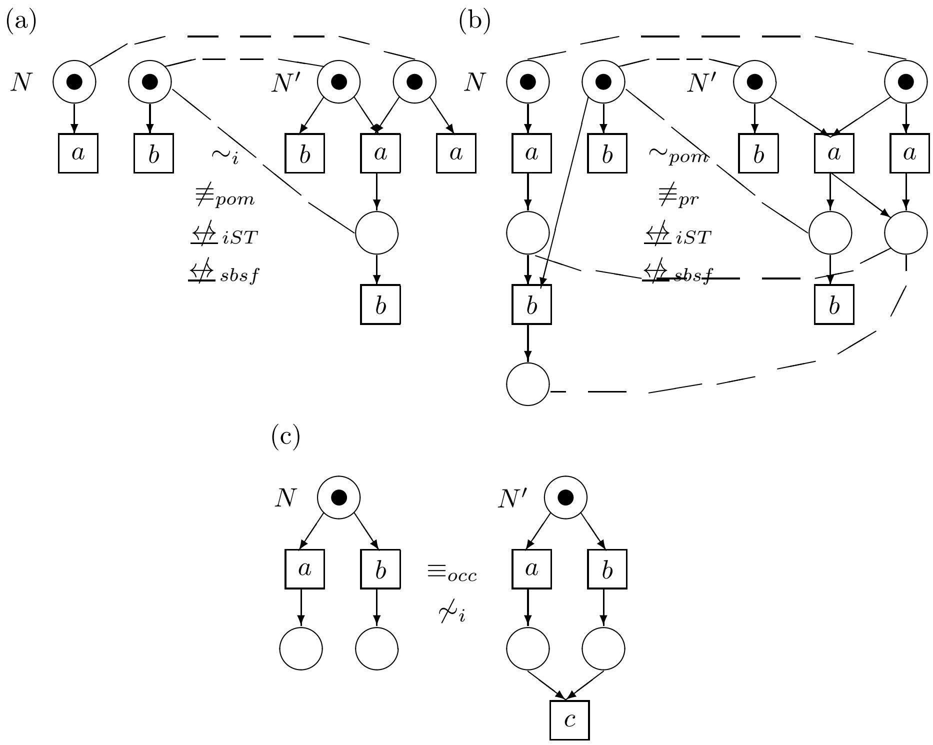

Рис. 15: Примеры бисимуляционных эквивалентностей мест

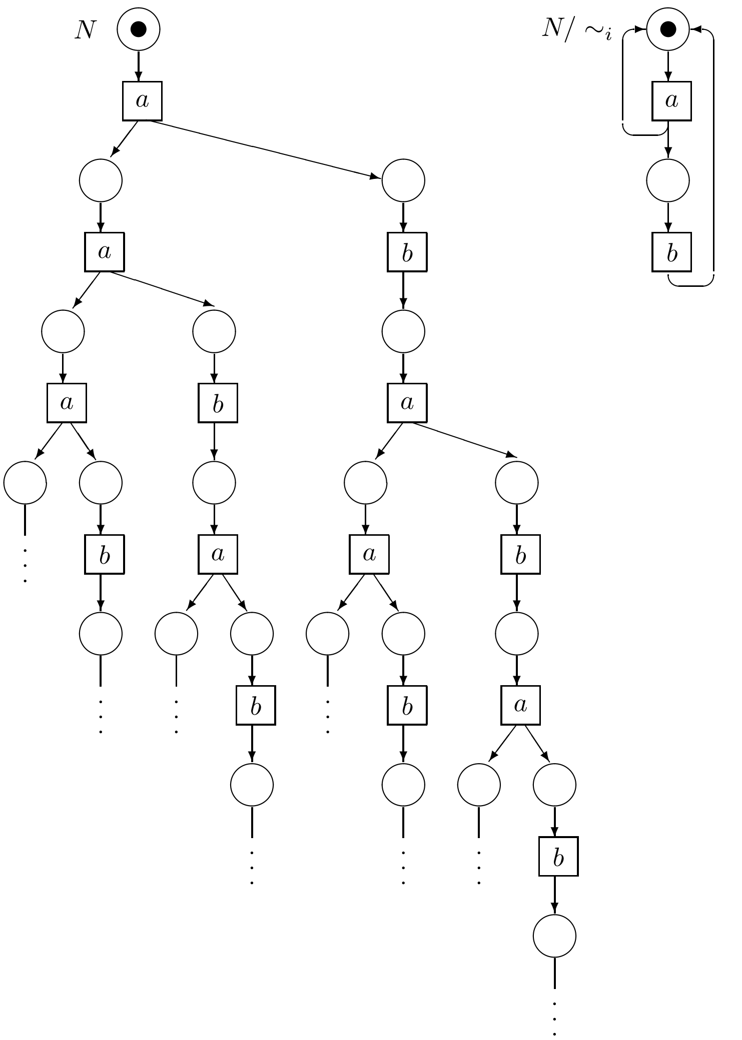

Рис. 16: Пример редукции сети по модулю $\sim_i$

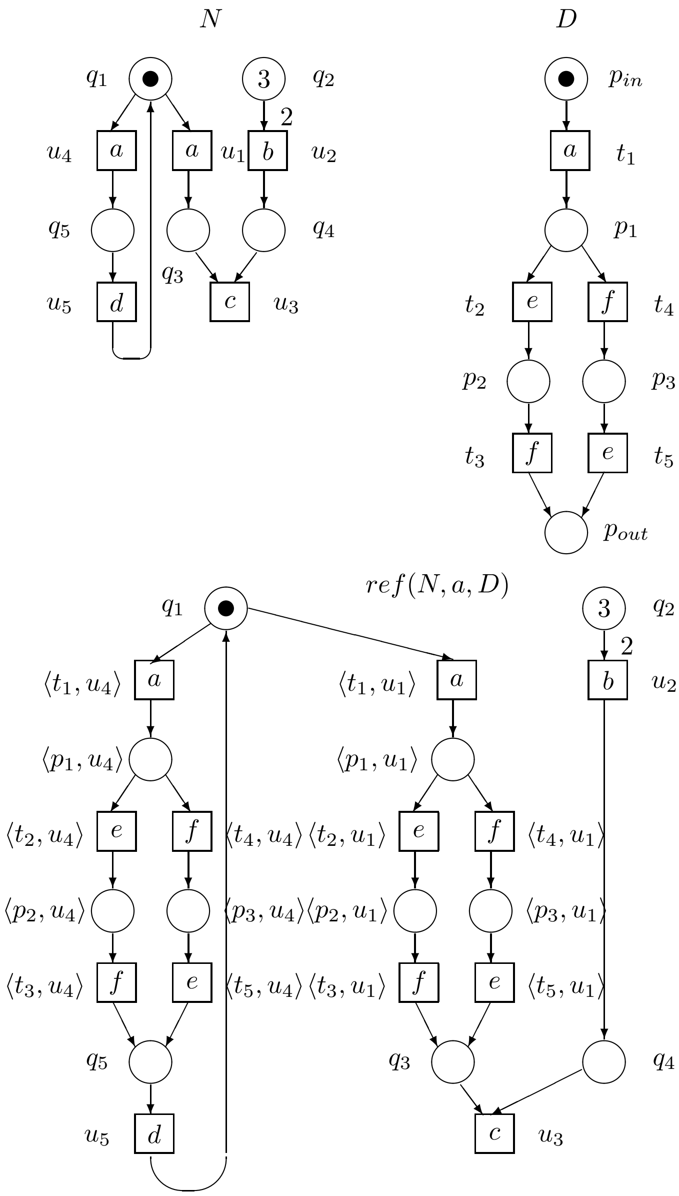

Рис. 17: Пример SM-детализации

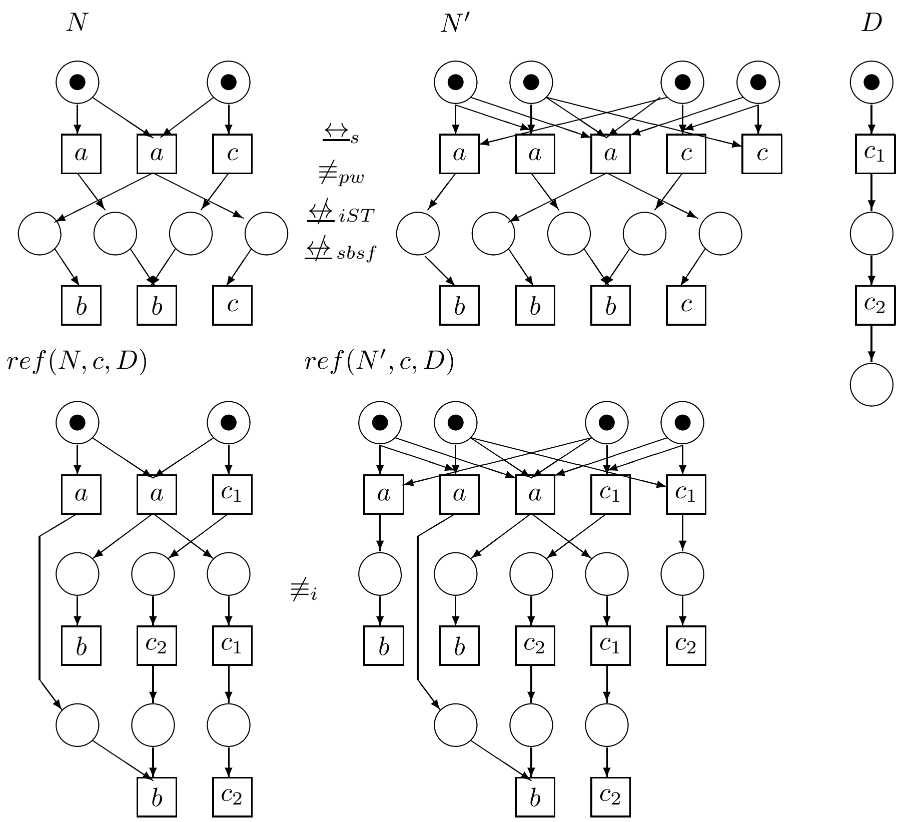

Рис. 18: Эквивалентности от $\equiv_i$ до $\underline{\leftrightarrow}_s$ не сохраняются при SM-детализациях

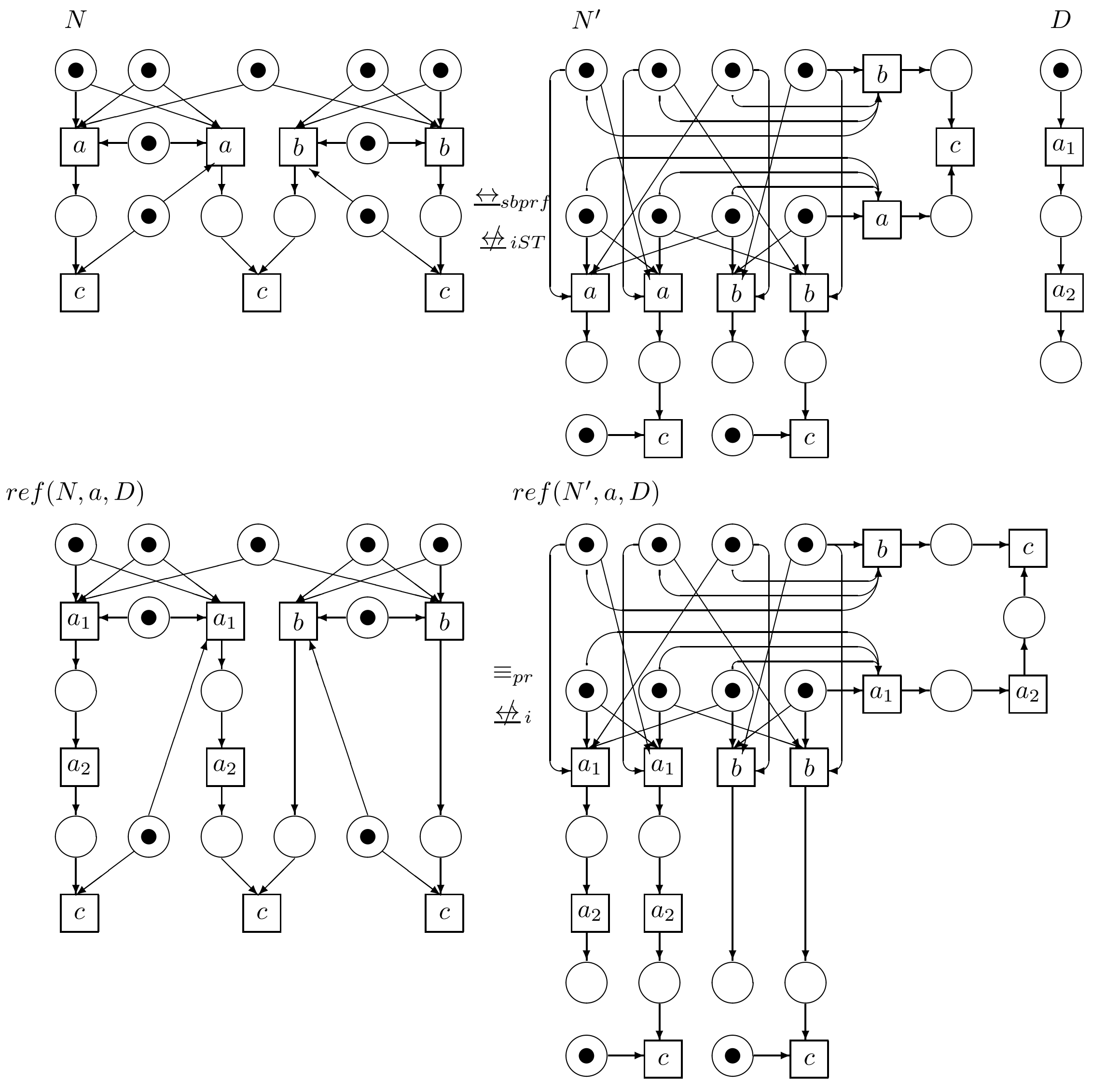

Рис. 19: Эквивалентности от $\underline{\leftrightarrow}_i$ до $\underline{\leftrightarrow}_{sbprf}$ не сохраняются при SM-детализациях

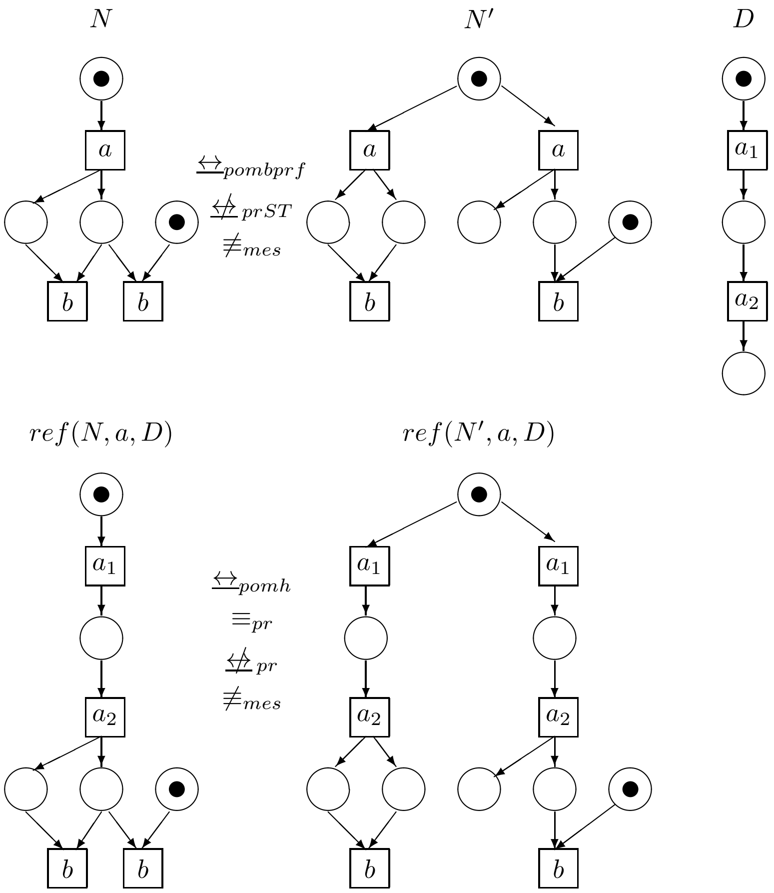

Рис. 20: Эквивалентности от $\underline{\leftrightarrow}_{pr}$ до $\underline{\leftrightarrow}_{pombprf}$ не сохраняются при SM-детализациях

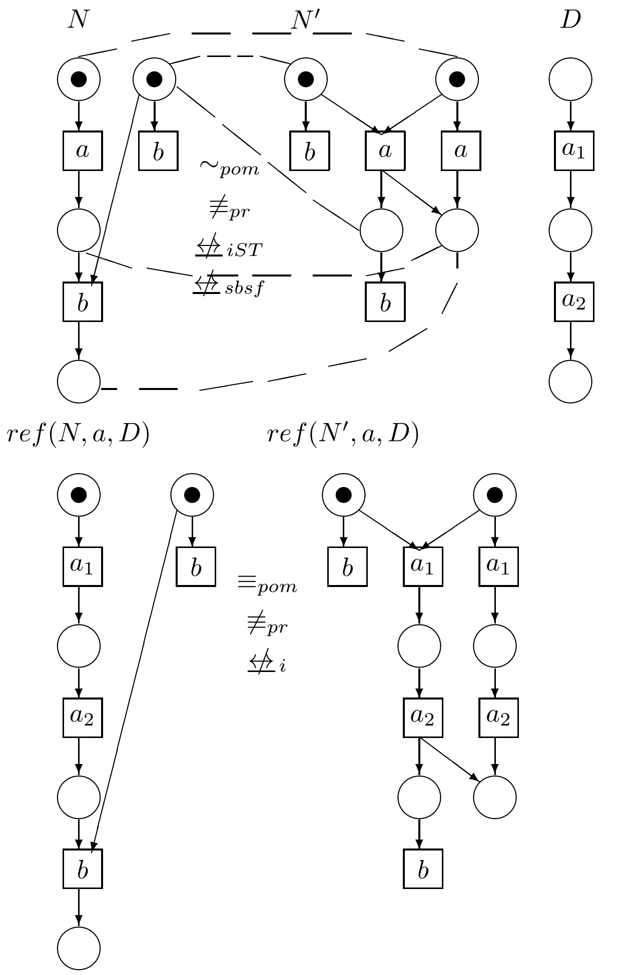

Рис. 21: Эквивалентности от $\underline{\leftrightarrow}_i$ до $\sim_{pom}$ не сохраняются при SM-детализациях

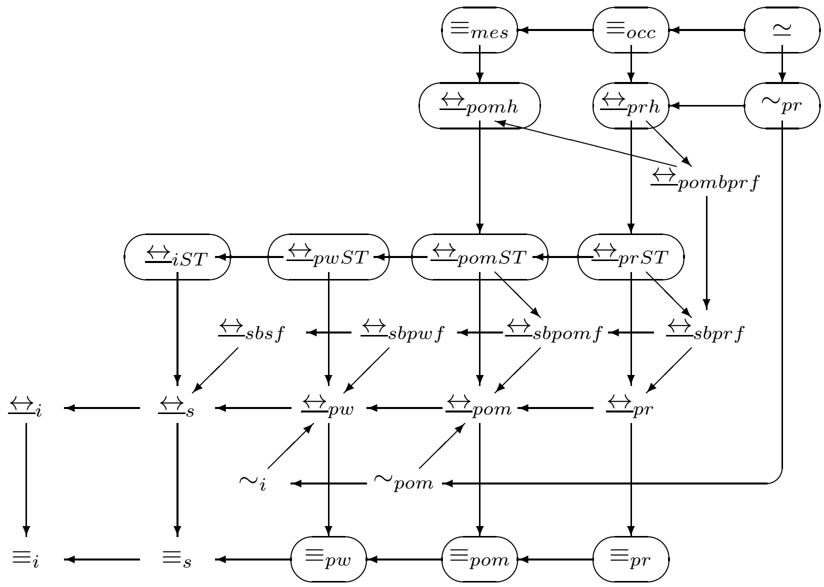

Рис. 22: Сохранение эквивалентностей при SM-детализациях

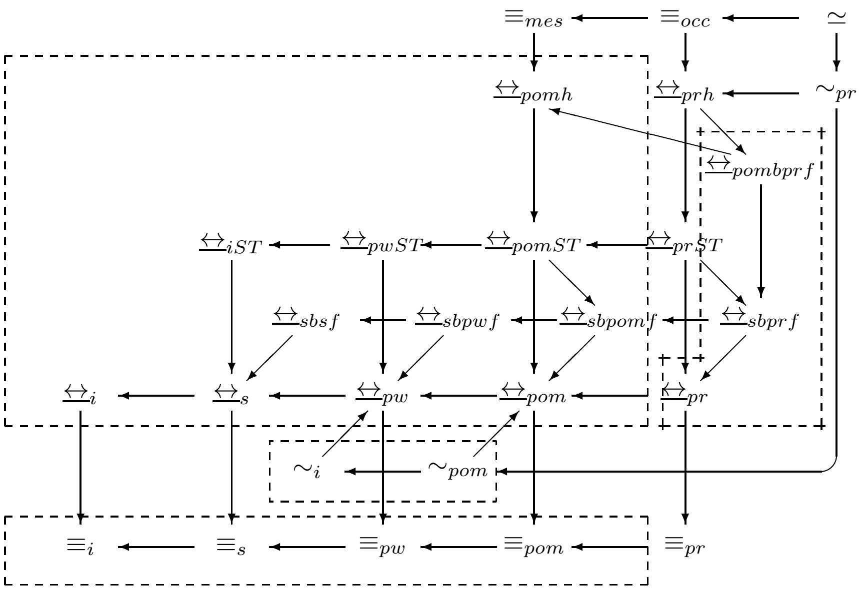

Рис. 23: Совпадение эквивалентностей на последовательных сетях

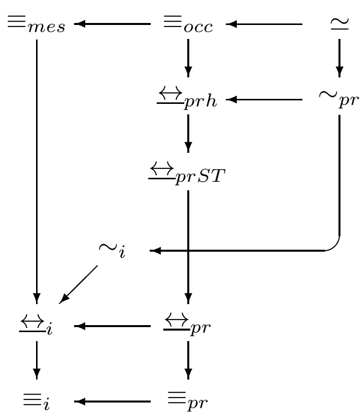

Рис. 24: Взаимосвязь эквивалентностей на последовательных сетях

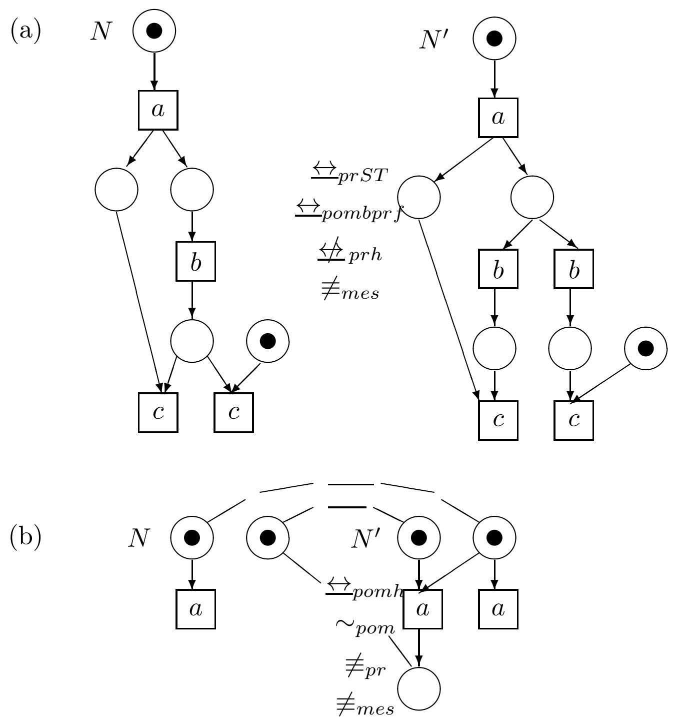

Рис. 25: Примеры эквивалентностей на последовательных сетях

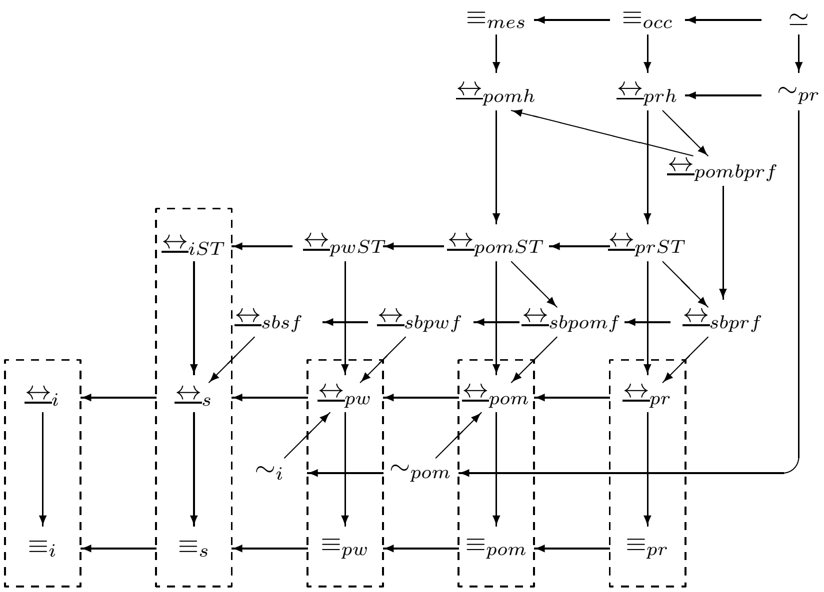

Рис. 26: Совпадение эквивалентностей на строго помеченных сетях

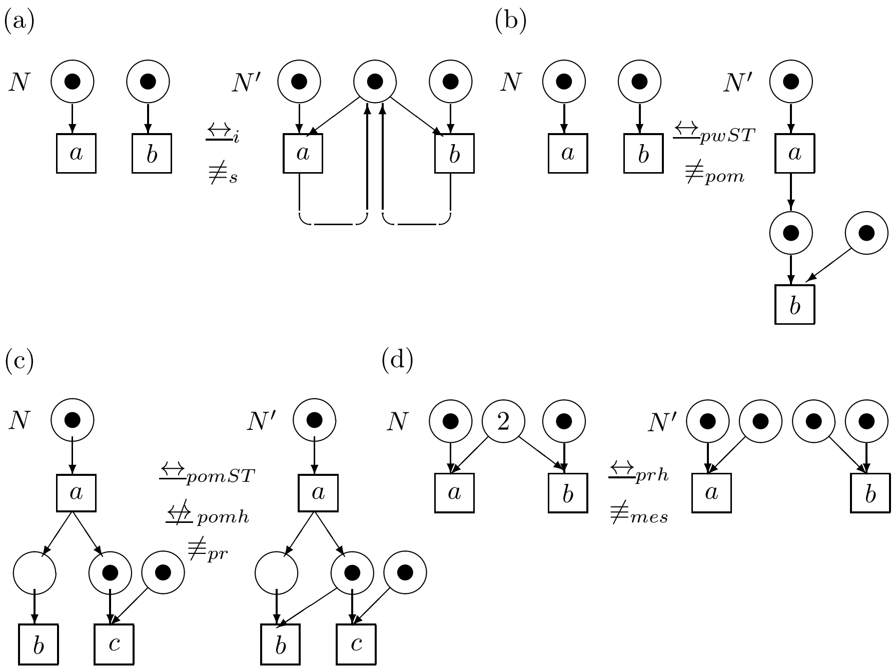

Рис. 27: Примеры эквивалентностей на сетях со строгой пометкой

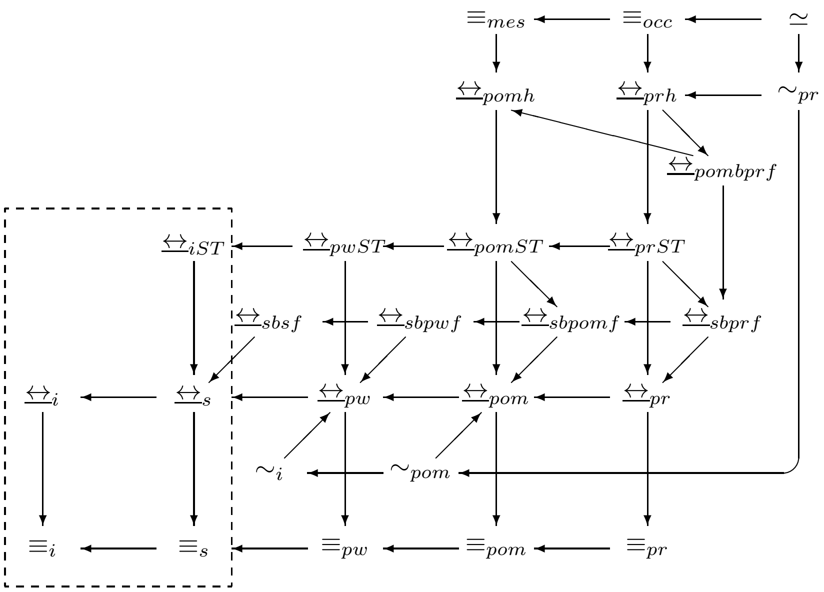

Рис. 28: Совпадение эквивалентностей на T-сетях без автопараллелизма

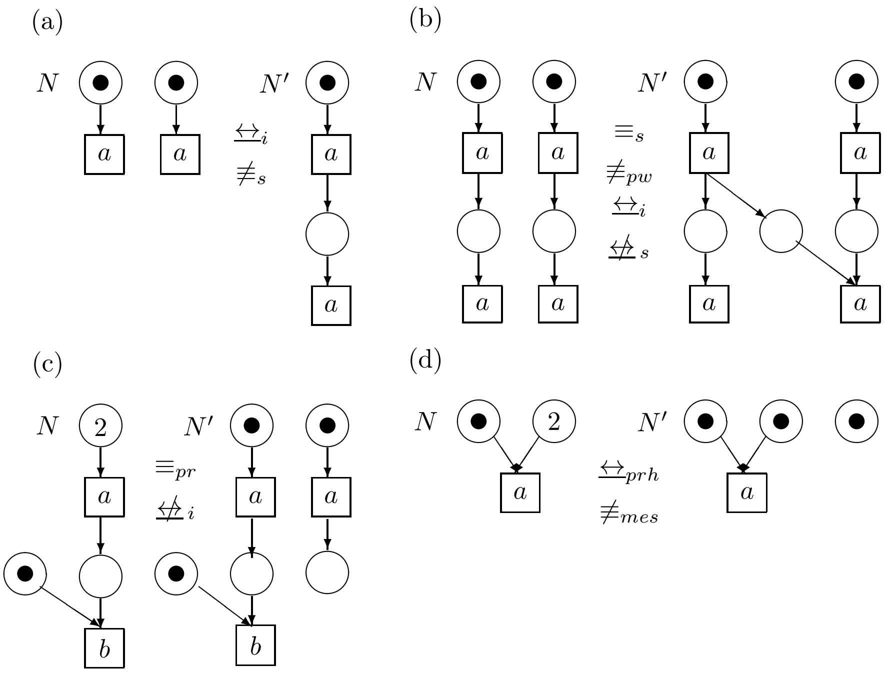

Рис. 29: Примеры эквивалентностей на T-сетях

τ-следовые эквивалентности

Обозначим через ε *пустую строку.*

Пусть $\sigma = a_1 \cdots a_n \in Act_\tau^*$. Определим $vis(\sigma)$ следующим образом (в следующем определении $a \in Act_\tau$).

1. $vis(\varepsilon) = \varepsilon$;
2. $vis(\sigma a) = \begin{cases} vis(\sigma)a, & a \neq \tau; \\ vis(\sigma), & a = \tau. \end{cases}$

Определение 17 Видимый интерливинговый след *сети N — это последовательность $vis(a_1 \cdots a_n) \in Act^*$ такая, что $\pi_N \stackrel{a_1}{\to} \pi_1 \stackrel{a_2}{\to} \ldots \stackrel{a_n}{\to} \pi_n$, где $\pi_i \in \Pi(N)$ $(1 \leq i \leq n)$. Обозначим* множество всех видимых интерливинговых следов *сети N через $VisIntTraces(N)$. Две сети N и N'* интерливингово τ-следово эквивалентны*, запись $N \equiv_i^\tau N'$, если $VisIntTraces(N) = VisIntTraces(N')$.*

Пусть $\Sigma = A_1 \cdots A_n \in (\mathcal{M}(Act_\tau))^*$. Определим $vis(\Sigma)$ следующим образом (в следующем определении $A \in \mathcal{M}(Act_\tau)$).

1. $vis(\varepsilon) = \varepsilon$;
2. $vis(\Sigma A) = \begin{cases} vis(\Sigma)(A \cap Act), & A \cap Act \neq \emptyset; \\ vis(\Sigma), & \text{иначе.} \end{cases}$

Определение 18 Видимый шаговый след *сети N — это последовательность $vis(A_1 \cdots A_n) \in (\mathcal{M}(Act))^*$ такая, что $\pi_N \stackrel{A_1}{\to} \pi_1 \stackrel{A_2}{\to} \ldots \stackrel{A_n}{\to} \pi_n$, где $\pi_i \in \Pi(N)$ $(1 \leq i \leq n)$. Обозначим* множество всех видимых шаговых следов *сети N через $VisStepTraces(N)$. Две сети N и N'* шагово τ-следово эквивалентны*, запись $N \equiv_s^\tau N'$, если $VisStepTraces(N) = VisStepTraces(N')$.*

Пусть $\rho = \langle X, \prec, l \rangle$ — ПЧУМ такой, что $l : X \to Act_\tau$. Обозначим $vis(X) = \{x \in X \mid l(x) \in Act\}$ и $vis(\rho) = \rho|_{vis(X)}$.

Определение 19 Видимый ЧУММ след *сети N — это ЧУММ $vis(\rho)$ — класс изоморфизма ПЧУМ $vis(\rho_C)$ для $\pi = (C, \varphi) \in \Pi(N)$. Обозначим через $VisPomsets(N)$* множество всех видимых ЧУММ следов *сети N. Две сети N и N'* τ-следово эквивалентны ЧС (ЧС)*, запись $N \equiv_{pw}^\tau N'$, если $VisPomsets(N) \sqsubseteq VisPomsets(N')$ и $VisPomsets(N') \sqsubseteq VisPomsets(N)$.*

Определение 20 *Две сети N и N'* ЧУММ τ-следово эквивалентны*, запись $N \equiv_{pom}^\tau N'$, если $VisPomsets(N) = VisPomsets(N')$.*

Обычные τ-бисимуляционные эквивалентности

Определение 21 *Пусть N и N' — некоторые сети с невидимыми переходами. Отношение $\mathcal{R} \subseteq \Pi(N) \times \Pi(N')$ —* $\star$-τ-бисимуляция *между N и N',* $\star \in$ {интерливингивая, шаговая, ЧС, ЧУММ}*, запись $\mathcal{R} : N \underline{\leftrightarrow}_\star^\tau N'$, $\star \in \{i, s, pw, pom\}$, если:*

1. $(\pi_N, \pi_{N'}) \in \mathcal{R}$.
2. $(\pi, \pi') \in \mathcal{R}$, $\pi \xrightarrow{\hat{\pi}} \tilde{\pi}$,

   (a) $|vis(T_{\widehat{C}})| = 1$, *если* $\star = i$;

   (b) $vis(\prec_{\widehat{C}}) = \emptyset$, *если* $\star = s$;

   $\Rightarrow\ \exists \tilde{\pi}' :\ \pi' \xrightarrow{\hat{\pi}'} \tilde{\pi}',\ (\tilde{\pi}, \tilde{\pi}') \in \mathcal{R}$ *и*

   (a) $vis(\rho_{\widehat{C}'}) \sqsubseteq vis(\rho_{\widehat{C}})$, *если* $\star = pw$;

   (b) $vis(\rho_{\widehat{C}}) \simeq vis(\rho_{\widehat{C}'})$, *если* $\star \in \{i, s, pom\}$.
3. *Как пункт 2, но роли N и N' меняются.*

Сети N и N' $\star$-τ-бисимуляционно эквивалентны, $\star \in$ {интерливингивая, шаговая, ЧС, ЧУММ}*, запись $N \underline{\leftrightarrow}_\star^\tau N'$, если $\exists \mathcal{R} : N \underline{\leftrightarrow}_\star^\tau N'$, $\star \in \{i, s, pw, pom\}$.*

ST-τ-бисимуляционные эквивалентности

Определение 22 *Пусть N и N' — некоторые сети с невидимыми переходами. Отношение $\mathcal{R} \subseteq ST^{\tau} - \Pi(N) \times ST^{\tau} - \Pi(N') \times \mathcal{B}$, где $\mathcal{B} = \{\beta \mid \beta : vis(T_C) \to vis(T_{C'}),\ \pi = (C, \varphi) \in \Pi(N),\ \pi' = (C', \varphi') \in \Pi(N')\}$ —* $\star$-ST-τ-бисимуляция *между N и N',* $\star \in \{$интерливинговая, ЧС, ЧУММ$\}$, *запись $\mathcal{R} : N \underline{\leftrightarrow}_{\star ST} N'$, $\star \in \{i, pw, pom\}$, если:*

1. $((\pi_N, \pi_N), (\pi_{N'}, \pi_{N'}), \emptyset) \in \mathcal{R}$.
2. $((\pi_E, \pi_P), (\pi'_E, \pi'_P), \beta) \in \mathcal{R} \ \Rightarrow\ \beta : vis(\rho_{C_E}) \asymp vis(\rho_{C'_E})$ *и* $\beta(vis(T_{C_P})) = vis(T_{C'_P})$.
3. $((\pi_E, \pi_P), (\pi'_E, \pi'_P), \beta) \in \mathcal{R},\ (\pi_E, \pi_P) \to (\tilde{\pi}_E, \tilde{\pi}_P) \ \Rightarrow\ \exists \tilde{\beta},\ (\tilde{\pi}'_E, \tilde{\pi}'_P) : (\pi'_E, \pi'_P) \to (\tilde{\pi}'_E, \tilde{\pi}'_P),\ \tilde{\beta}|_{vis(T_{C_E})} = \beta,\ ((\tilde{\pi}_E, \tilde{\pi}_P), (\tilde{\pi}'_E, \tilde{\pi}'_P), \tilde{\beta}) \in \mathcal{R}$, *и если* $\pi_P \xrightarrow{\pi} \tilde{\pi}_E,\ \pi'_P \xrightarrow{\pi'} \tilde{\pi}'_E,\ \gamma = \tilde{\beta}|_{T_C}$, *то:*
   (a) $\gamma^{-1} : vis(\rho_{C'}) \sqsubseteq vis(\rho_C)$, *если* $\star = pw$;
   (b) $\gamma : vis(\rho_C) \simeq vis(\rho_{C'})$, *если* $\star = pom$.
4. *Как пункт 3, но роли N и N' меняются.*

Сети N и N' $\star$-ST-τ-бисимуляционно эквивалентны, $\star \in$ $\{$интерливингивая, ЧС, ЧУММ$\}$, *запись $N \underline{\leftrightarrow}^{\tau}_{\star ST} N'$, если* $\exists \mathcal{R} : N \underline{\leftrightarrow}^{\tau}_{\star ST} N'$, $\star \in \{i, pw, pom\}$.

Сохраняющие историю τ-бисимуляционные эквивалентности

Определение 23 *Пусть N и N' — некоторые сети с невидимыми переходами. Отношение $\mathcal{R} \subseteq \Pi(N) \times \Pi(N') \times \mathcal{B}$, где $\mathcal{B} = \{\beta \mid \beta : vis(T_C) \to vis(T_{C'}),\ \pi = (C, \varphi) \in \Pi(N),\ \pi' = (C', \varphi') \in \Pi(N')\}$ —* ЧУММ $\star$-сохраняющая историю τ-бисимуляция *между N и N', запись $N \underline{\leftrightarrow}^{\tau}_{pomh} N'$, если:*

1. $(\pi_N, \pi_{N'}, \emptyset) \in \mathcal{R}$.
2. $(\pi, \pi', \beta) \in \mathcal{R} \ \Rightarrow\ \beta : vis(\rho_C) \simeq vis(\rho_{C'})$.
3. $(\pi, \pi', \beta) \in \mathcal{R},\ \pi \to \tilde{\pi} \ \Rightarrow\ \exists \tilde{\beta},\ \tilde{\pi}' : \pi' \to \tilde{\pi}',\ \tilde{\beta}|_{vis(T_C)} = \beta,\ (\tilde{\pi}, \tilde{\pi}', \tilde{\beta}) \in \mathcal{R}$.
4. *Как пункт 3, но роли N и N' меняются.*

Сети N и N' ЧУММ $\star$-сохраняюще историю τ-бисимуляционно эквивалентны, *запись $N \underline{\leftrightarrow}^{\tau}_{pomh} N'$, если $\exists \mathcal{R} : N \underline{\leftrightarrow}^{\tau}_{pomh} N'$.*

Сохраняющие историю ST-τ-бисимуляционные эквивалентности

Определение 24 *Пусть N и N' — некоторые сети с невидимыми переходами. Отношение* $\mathcal{R} \subseteq ST^\tau - \Pi(N) \times ST^\tau - \Pi(N') \times \mathcal{B}$, *где* $\mathcal{B} = \{\beta \mid \beta : vis(T_C) \to vis(T_{C'}),\ \pi = (C, \varphi) \in \Pi(N),\ \pi' = (C', \varphi') \in \Pi(N')\}$ — ЧУММ $\star$-сохраняющая историю ST-τ-бисимуляция *между N и N', запись* $\mathcal{R} : N \underline{\leftrightarrow}_{pomhST} N'$, *если:*

1. $((\pi_N, \pi_N), (\pi_{N'}, \pi_{N'}), \emptyset) \in \mathcal{R}$.
2. $((\pi_E, \pi_P), (\pi'_E, \pi'_P), \beta) \in \mathcal{R} \ \Rightarrow\ \beta(vis(T_{C_P})) = vis(T_{C'_P})$ *и* $\beta : vis(\rho_{C_E}) \simeq vis(\rho_{C'_E})$.
3. $((\pi_E, \pi_P), (\pi'_E, \pi'_P), \beta) \in \mathcal{R},\ (\pi_E, \pi_P) \to (\tilde{\pi}_E, \tilde{\pi}_P) \ \Rightarrow\ \exists \tilde{\beta},\ (\tilde{\pi}'_E, \tilde{\pi}'_P) : (\pi'_E, \pi'_P) \to (\tilde{\pi}'_E, \tilde{\pi}'_P),\ \tilde{\beta}|_{vis(T_{C_E})} = \beta,\ ((\tilde{\pi}_E, \tilde{\pi}_P), (\tilde{\pi}'_E, \tilde{\pi}'_P), \tilde{\beta}) \in \mathcal{R}$.
4. *Как пункт 3, но роли N и N' меняются.*

Сети N и N' ЧУММ $\star$-сохраняюще историю-ST-τ-бисимуляционно эквивалентны, *запись* $N \underline{\leftrightarrow}^\tau_{pomhST} N'$, *если* $\exists \mathcal{R} : N \underline{\leftrightarrow}^\tau_{pomhST} N'$.

Обычные ветвистые τ-бисимуляционные эквивалентности

Для некоторой сети N и $\pi, \tilde{\pi} \in \Pi(N)$ пишем $\pi \Rightarrow \tilde{\pi}$, когда $\exists \hat{\pi} = (\widehat{C}, \hat{\varphi})$ такой, что $\pi \xrightarrow{\hat{\pi}} \tilde{\pi}$ и $vis(T_{\widehat{C}}) = \emptyset$.

Определение 25 *Пусть N и N' — некоторые сети с невидимыми переходами. Отношение* $\mathcal{R} \subseteq \Pi(N) \times \Pi(N')$ — интерливинговая ветвистая τ-бисимуляция *между N и N', запись* $N \underline{\leftrightarrow}^\tau_{ibr} N'$, *если:*

1. $(\pi_N, \pi_{N'}) \in \mathcal{R}$.
2. $(\pi, \pi') \in \mathcal{R},\ \pi \xrightarrow{a} \tilde{\pi} \ \Rightarrow$
   (a) $a = \tau$ *и* $(\tilde{\pi}, \pi') \in \mathcal{R}$ *или*
   (b) $a \neq \tau$ *и* $\exists \bar{\pi}',\ \tilde{\pi}' : \pi' \Rightarrow \bar{\pi}' \xrightarrow{a} \tilde{\pi}',\ (\pi, \bar{\pi}') \in \mathcal{R},\ (\tilde{\pi}, \tilde{\pi}') \in \mathcal{R}$.
3. *Как пункт 2, но роли N и N' меняются.*

Сети N и N' интерливингово ветвисто τ-бисимуляционно эквивалентны, *запись* $N \underline{\leftrightarrow}^\tau_{ibr} N'$, *если* $\exists \mathcal{R} : N \underline{\leftrightarrow}^\tau_{ibr} N'$.

Сохраняющие историю ветвистые τ-бисимуляционные эквивалентности

Определение 26 *Пусть N и N' — некоторые сети с невидимыми переходами. Отношение $\mathcal{R} \subseteq \Pi(N) \times \Pi(N') \times \mathcal{B}$, где $\mathcal{B} = \{\beta \mid \beta : T_C \to T_{C'},\ \pi = (C, f) \in \Pi(N),\ \pi' = (C', f') \in \Pi(N')\}$, —* ЧУММ сохраняющая историю ветвистая τ-бисимуляция *между N и N', запись $N \underline{\leftrightarrow}^{\tau}_{pomhbr} N'$, если:*

1. $(\pi_N, \pi_{N'}, \emptyset) \in \mathcal{R}$.
2. $(\pi, \pi', \beta) \in \mathcal{R} \ \Rightarrow\ \beta : vis(\rho_C) \simeq vis(\rho_{C'})$.
3. $(\pi, \pi', \beta) \in \mathcal{R},\ \pi \to \tilde{\pi}\ \Rightarrow$
   (a) $(\tilde{\pi}, \pi', \beta) \in \mathcal{R}$ *или*
   (b) $\exists \tilde{\beta},\ \bar{\pi}',\ \tilde{\pi}' : \pi' \Rightarrow \bar{\pi}' \to \tilde{\pi}',\ \tilde{\beta}|_{vis(T_C)} = \beta,\ (\pi, \bar{\pi}', \beta) \in \mathcal{R},\ (\tilde{\pi}, \tilde{\pi}', \tilde{\beta}) \in \mathcal{R}$.
4. *Как пункт 3, но роли N и N' меняются.*

Сети N и N' ЧУММ сохраняюще историю ветвисто τ-бисимуляционно эквивалентны*, запись $N \underline{\leftrightarrow}^{\tau}_{pomhbr} N'$, если $\exists \mathcal{R} : N \underline{\leftrightarrow}^{\tau}_{pomhbr} N'$.*

τ-сохраняющие конфликт эквивалентности

Пусть $\xi = \langle X, \prec, \#, l\rangle$ — ПСС такая, что $l : X \to Act_\tau$. Обозначим $vis(X) = \{x \in X \mid l(x) \in Act\}$ и $vis(\xi) = \xi|_{vis(X)}$.

Определение 27 Видимый МСС-след *сети с невидимыми переходами N — МСС $vis(\xi)$ — класс изоморфизма ПСС $vis(\xi_O)$ для $\varpi = (O, \psi) \in \wp(N)$. Обозначим через $VisMEStructs(N)$* множество всех видимых МСС-следов *сети с невидимыми переходами N. Две сети с невидимыми переходами N и N'* сохраняюще конфликт τ-эквивалентны на МСС*, запись $N \equiv^{\tau}_{mes} N'$, если $VisMEStructs(N) = VisMEStructs(N')$. Заметим, что, в силу единственности максимального O-процесса, это равносильно требованию $vis(\mathcal{E}(N)) = vis(\mathcal{E}(N'))$.*

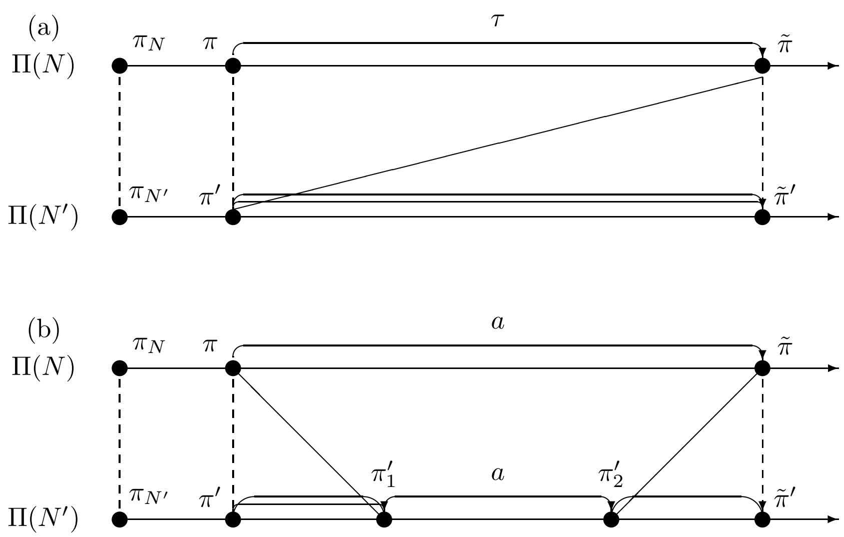

Рис. 30: Различающая способность обычных и ветвистых τ-бисимуляционных эквивалентностей

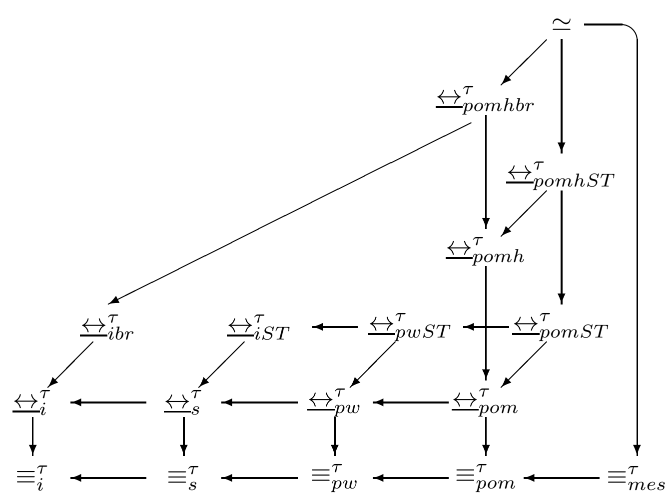

Рис. 31: Взаимосвязь базисных τ-эквивалентностей

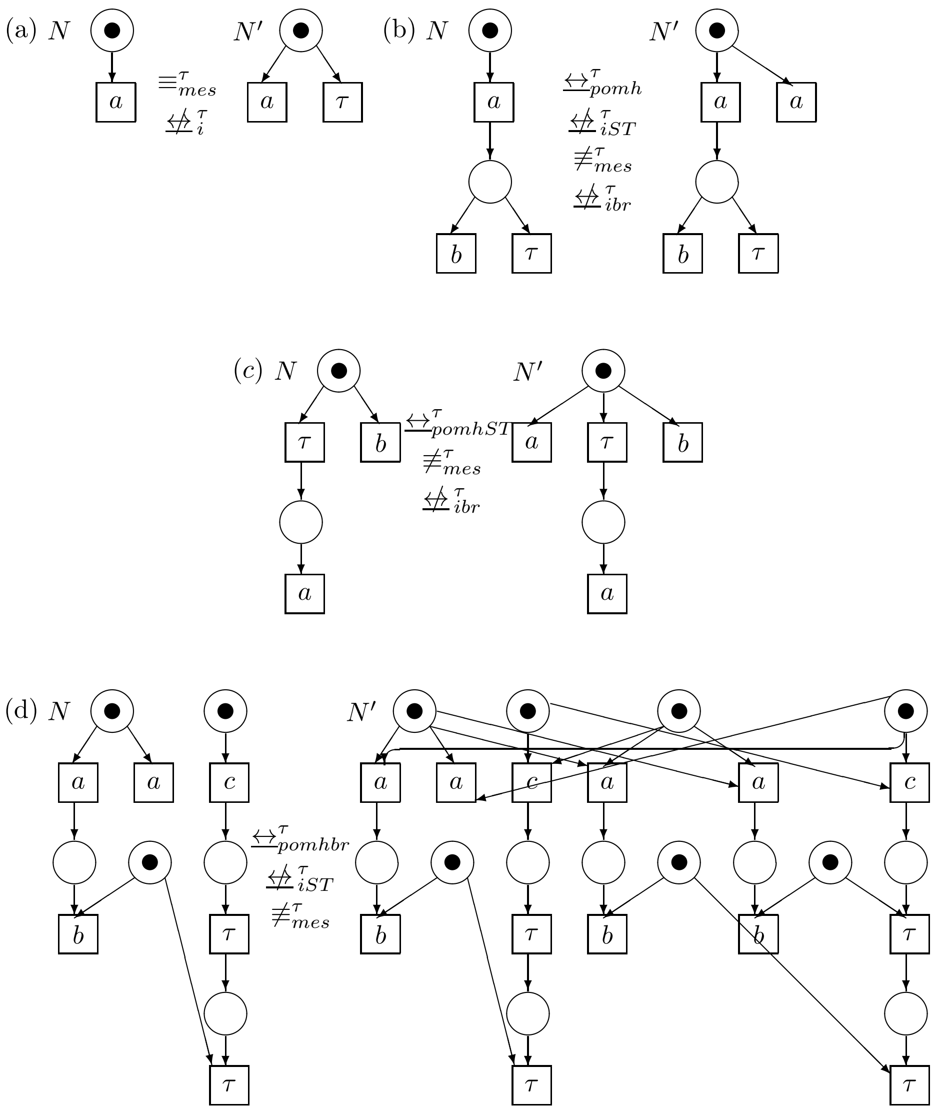

Рис. 32: Примеры базисных τ-эквивалентностей

Обратные-прямые τ-бисимуляционные эквивалентности

Определение 28 *Пусть N и N' — некоторые сети с невидимыми переходами. Отношение $\mathcal{R} \subseteq Runs(N) \times Runs(N')$ —* $\star$-обратная $\star\star$-прямая τ-бисимуляция *между N и N', $\star, \star\star \in$* {интерливинговая, шаговая, ЧС, ЧУММ}*, запись $\mathcal{R} : N \underline{\leftrightarrow}^{\tau}_{\star b \star\star f} N'$, $\star, \star\star \in \{i, s, pw, pom\}$, если:*

1. $((\pi_N, \varepsilon), (\pi_{N'}, \varepsilon)) \in \mathcal{R}$.
2. $((\pi, \sigma), (\pi', \sigma')) \in \mathcal{R}$
   - *(обратно)*
     $(\tilde{\pi}, \tilde{\sigma}) \stackrel{\hat{\pi}}{\to} (\pi, \sigma)$,
     (a) $|vis(T_{\widehat{C}})| = 1$, *если* $\star = i$;
     (b) $vis(\prec_{\widehat{C}}) = \emptyset$, *если* $\star = s$;
     $\Rightarrow\ \exists (\tilde{\pi}', \tilde{\sigma}') :\ (\tilde{\pi}', \tilde{\sigma}') \stackrel{\hat{\pi}'}{\to} (\pi', \sigma'),\ ((\tilde{\pi}, \tilde{\sigma}), (\tilde{\pi}', \tilde{\sigma}')) \in \mathcal{R}$ *и*
     (a) $vis(\rho_{\widehat{C}'}) \sqsubseteq vis(\rho_{\widehat{C}})$, *если* $\star = pw$;
     (b) $vis(\rho_{\widehat{C}}) \simeq vis(\rho_{\widehat{C}'})$, *если* $\star \in \{i, s, pom\}$;
   - *(forth)*
     $(\pi, \sigma) \stackrel{\hat{\pi}}{\to} (\tilde{\pi}, \tilde{\sigma})$,
     (a) $|vis(T_{\widehat{C}})| = 1$, *если* $\star\star = i$;
     (b) $vis(\prec_{\widehat{C}}) = \emptyset$, *если* $\star\star = s$;
     $\Rightarrow\ \exists (\tilde{\pi}', \tilde{\sigma}') :\ (\pi', \sigma') \stackrel{\hat{\pi}'}{\to} (\tilde{\pi}', \tilde{\sigma}'),\ ((\tilde{\pi}, \tilde{\sigma}), (\tilde{\pi}', \tilde{\sigma}')) \in \mathcal{R}$ *и*
     (a) $vis(\rho_{\widehat{C}'}) \sqsubseteq vis(\rho_{\widehat{C}})$, *если* $\star\star = pw$;
     (b) $vis(\rho_{\widehat{C}}) \simeq vis(\rho_{\widehat{C}'})$, *если* $\star\star \in \{i, s, pom\}$.
3. *Как пункт 2, но роли N и N' меняются.*

Сети с невидимыми переходами N и N' $\star$-обратно $\star\star$-прямо τ-бисимуляционно эквивалентны*, $\star, \star\star \in$*{интерливинговая, шаговая, ЧС, ЧУММ}*, запись $N \underline{\leftrightarrow}^{\tau}_{\star b \star\star f} N'$, если $\exists \mathcal{R} : N \underline{\leftrightarrow}^{\tau}_{\star b \star\star f} N'$, $\star, \star\star \in \{i, s, pw, pom\}$.*

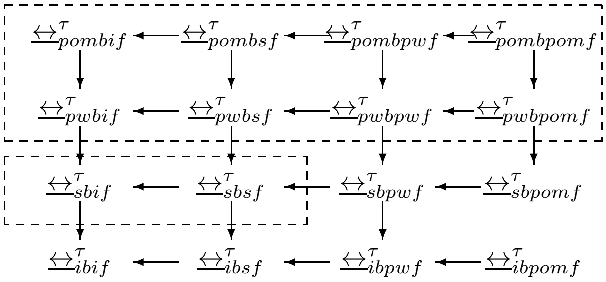

Рис. 33: Совпадение обратных-прямых τ-бисимуляционных эквивалентностей

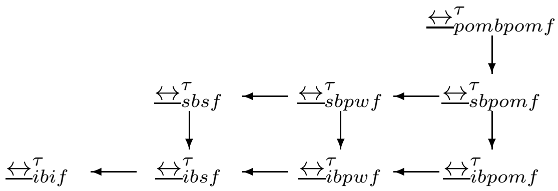

Рис. 34: Взаимосвязь обратных-прямых τ-бисимуляционных эквивалентностей

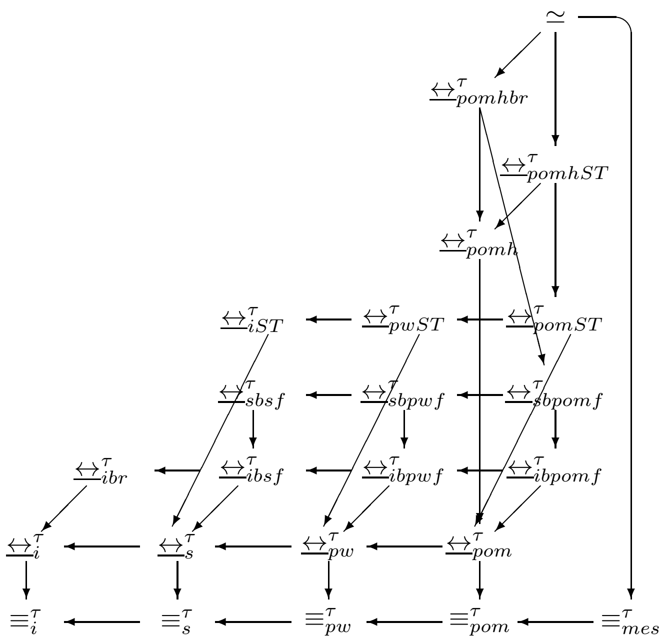

Рис. 35: Взаимосвязь обратных-прямых τ-бисимуляционных эквивалентностей с базисными τ-эквивалентностями

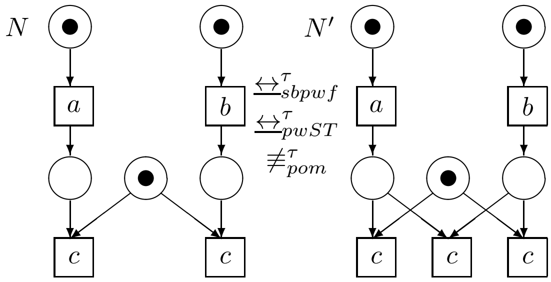

Рис. 36: Пример обратных-прямых τ-бисимуляционных эквивалентностей

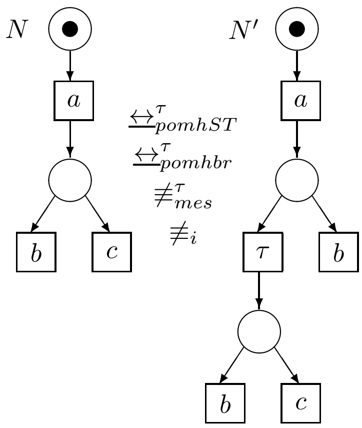

Рис. 37: Пример взаимосвязей эквивалентностей и τ-эквивалентностей

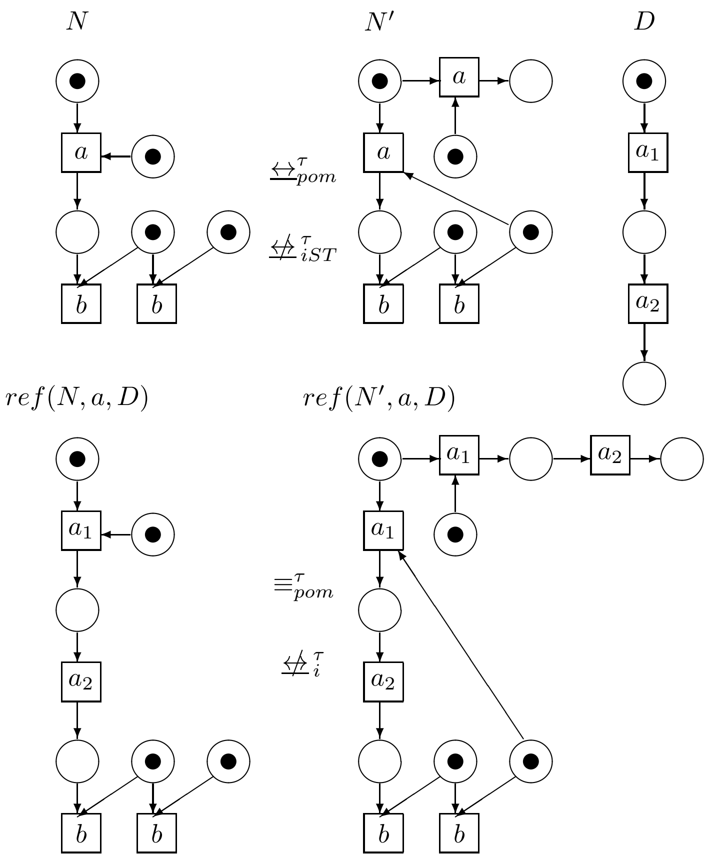

Рис. 38: τ-эквивалентности от $\underline{\leftrightarrow}^{\tau}_{i}$ до $\underline{\leftrightarrow}^{\tau}_{pom}$ не сохраняются при SM-детализациях

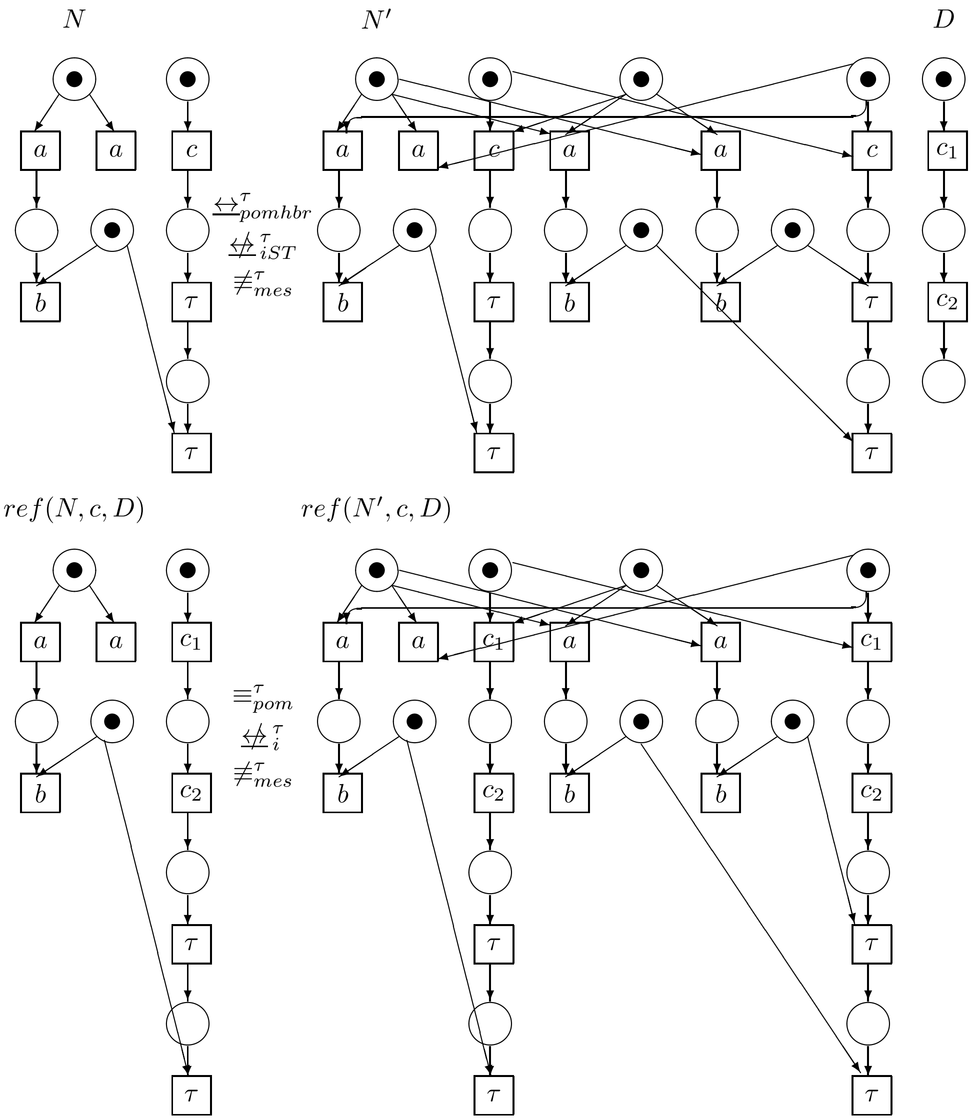

Рис. 39: τ-эквивалентности от $\underline{\leftrightarrow}^{\tau}_{i}$ до $\underline{\leftrightarrow}^{\tau}_{pomhbr}$ не сохраняются при SM-детализациях

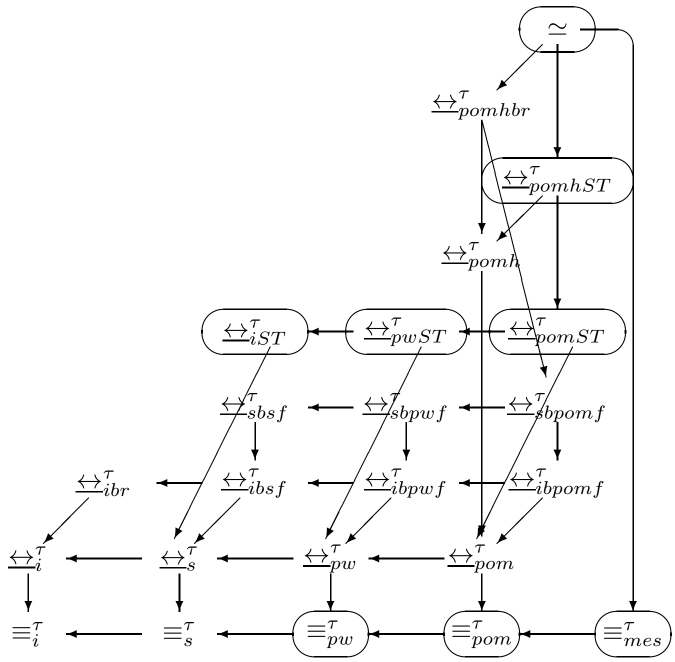

Рис. 40: Сохранение τ-эквивалентностей при SM-детализациях

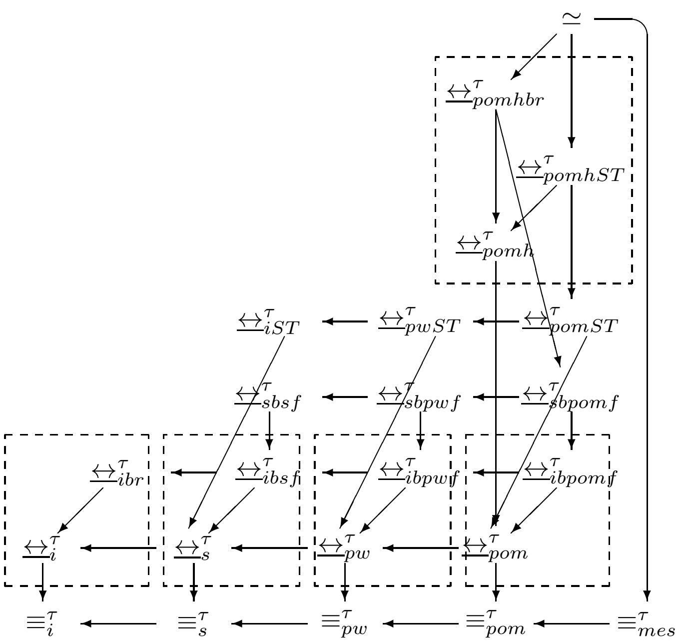

Рис. 41: Совпадение τ-эквивалентностей на сетях с видимыми переходами

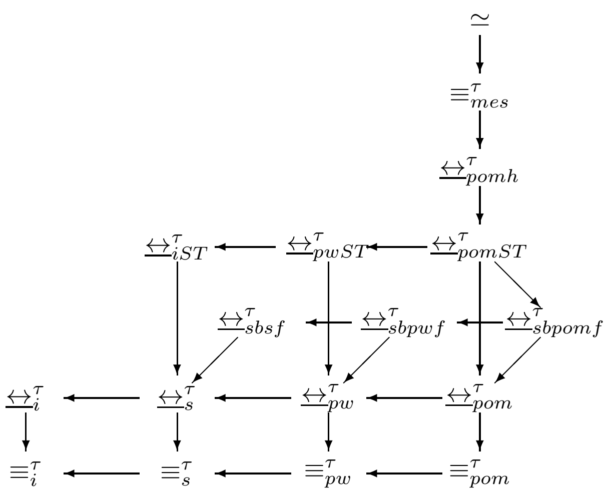

Рис. 42: Взаимосвязь τ-эквивалентностей на сетях с видимыми переходами

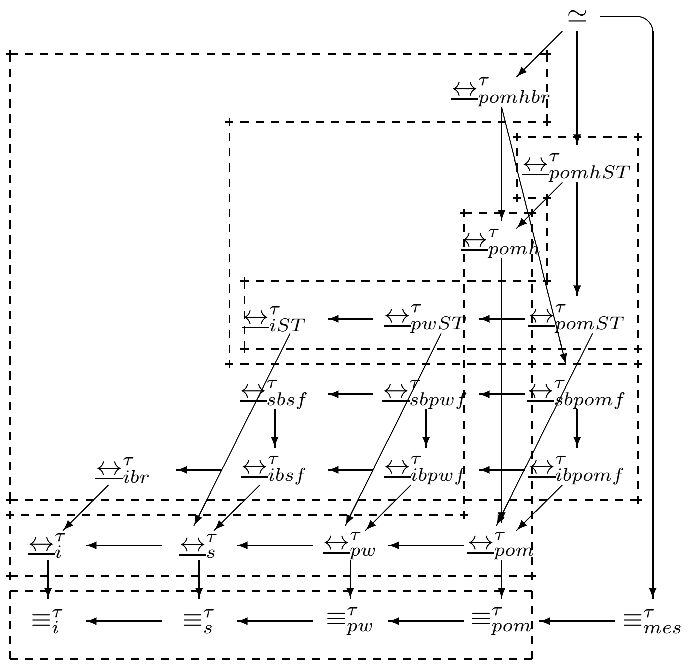

Рис. 43: Совпадение τ-эквивалентностей на последовательных сетях с невидимыми переходами

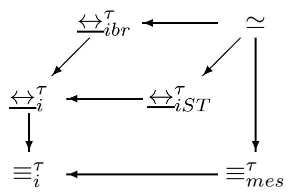

Рис. 44: Взаимосвязь τ-эквивалентностей на последовательных сетях с невидимыми переходами

Временная следовая эквивалентность

Определение 29 Временной след *временной сети* N — *последовательность* $x_1 \cdots x_n \in (Act \cup \mathbf{R}^+)^*$ *такая, что* $Q_N \xrightarrow{x_1} Q_1 \xrightarrow{x_2} \ldots \xrightarrow{x_n} Q_n$. *Обозначим множество* всех временных следов *временной сети* N *через* $TimeTraces(N)$. *Временные сети* N *и* N' временно следово эквивалентны, *запись* $N \equiv_t N'$, *если* $TimeTraces(N) = TimeTraces(N')$.

Временная бисимуляционная эквивалентность

Определение 30 *Пусть* N *и* N' *— временные сети. Отношение* $\mathcal{R} \subseteq States(N) \times States(N')$ — временная бисимуляция *между* N *и* N', *запись* $\mathcal{R} : N \underline{\leftrightarrow}_t N'$, *если:*

1. $(Q_N, Q_{N'}) \in \mathcal{R}$.
2. $(Q, Q') \in \mathcal{R},\ Q \xrightarrow{x} \widetilde{Q}\ (x \in Act \cup \mathbf{R}^+)\ \Rightarrow\ \exists \widetilde{Q}' :\ Q' \xrightarrow{x} \widetilde{Q}',\ (\widetilde{Q}, \widetilde{Q}') \in \mathcal{R}$.
3. *Как пункт 2, но роли of* N *и* N' *меняются.*

Временные сети N *и* N' временно бисимуляционно эквивалентны, *запись* $N \underline{\leftrightarrow}_t N'$, *если* $\exists \mathcal{R} : N \underline{\leftrightarrow}_t N'$.

Не-временная следовая эквивалентность

Пишем $Q \overset{t}{\mapsto} \widetilde{Q}$, если $\exists \delta_1, \delta_2, Q_1, Q_2\ Q \xrightarrow{\delta_1} Q_1 \xrightarrow{t} Q_2 \xrightarrow{\delta_2} \widetilde{Q}$.
Пишем $Q \overset{a}{\mapsto} \widetilde{Q}$, если $\exists t\ Q \overset{t}{\mapsto} \widetilde{Q}$ и $l_N(t) = a$.

Определение 31 Не-временной след *временной сети* N — *последовательность* $a_1 \cdots a_n \in Act^*$ *такая, что* $Q_N \overset{a_1}{\mapsto} Q_1 \overset{a_2}{\mapsto} \ldots \overset{a_n}{\mapsto} Q_n$. *Обозначим множество* всех не-временных следов *временной сети* N *через* $UntimeTraces(N)$. *Временные сети* N *и* N' не-временно следово эквивалентны, *запись* $N \equiv_u N'$, *если* $UnimeTraces(N) = UntimeTraces(N')$.

Не-временные бисимуляционные эквивалентности

Определение 32 *Пусть* N *и* N' *— временные сети. Отношение* $\mathcal{R} \subseteq States(N) \times States(N')$ — не-временная бисимуляция *между* N *и* N', *запись* $\mathcal{R} : N \underline{\leftrightarrow}_u N'$, *если:*

1. $(Q_N, Q_{N'}) \in \mathcal{R}$.
2. $(Q, Q') \in \mathcal{R},\ Q \overset{a}{\mapsto} \widetilde{Q}\ (a \in Act)\ \Rightarrow\ \exists \widetilde{Q}' :\ Q' \overset{a}{\mapsto} \widetilde{Q}',\ (\widetilde{Q}, \widetilde{Q}') \in \mathcal{R}$.
3. *Как пункт 2, но роли of* N *и* N' *меняются.*

Временные сети N *и* N' не-временно бисимуляционно эквивалентны, *запись* $N \underline{\leftrightarrow}_u N'$, *если* $\exists \mathcal{R} : N \underline{\leftrightarrow}_u N'$.

Региональная следовая эквивалентность

Состояние Q — *стабильное*, если $\exists\delta > 0\ \exists\widetilde{Q}\ Q \xrightarrow{\delta} \widetilde{Q}$. В этом случае обозначим состояние $\widetilde{Q}$ через $Q(\delta)$.

Пишем $[Q] \xrightarrow{t} [\widetilde{Q}]$, если $Q \xrightarrow{t} \widetilde{Q}$.

Пишем $[Q] \xrightarrow{a} [\widetilde{Q}]$, если $\exists t\ [Q] \xrightarrow{t} [\widetilde{Q}]$ и $l_N(t) = a$.

Пишем $[Q] \xrightarrow{\surd} [\widetilde{Q}]$, если $Q \xrightarrow{\zeta(Q)} \widetilde{Q}$.

Определение 33 Региональный след *временной сети N — последовательность $x_1 \cdots x_n \in (Act \cup \{\surd\})^*$ такая, что $[Q_N] \xrightarrow{x_1} [Q_1] \xrightarrow{x_2} \ldots \xrightarrow{x_n} [Q_n]$. Обозначим множество* всех региональных следов *временной сети N через $RegTraces(N)$. Временные сети N и N'* регионально следово эквивалентны, *запись $N \equiv_r N'$, если $RegTraces(N) = RegTraces(N')$.*

Региональная бисимуляционная эквивалентность

Определение 34 *Пусть N и N' — временные сети. Отношение $\mathcal{R} \subseteq RegStates($
$RegStates(N')$* — региональная бисимуляция *между N и N', запись $\mathcal{R} : N \underline{\leftrightarrow}_r N'$, если:*

1. $([Q_N], [Q_{N'}]) \in \mathcal{R}$.

2. $([Q], [Q']) \in \mathcal{R}$,

   (a) $[Q] \xrightarrow{a} [\widetilde{Q}]\ (a \in Act) \ \Rightarrow\ \exists[\widetilde{Q'}] :\ [Q'] \xrightarrow{a} [\widetilde{Q'}],\ ([\widetilde{Q}], [\widetilde{Q'}]) \in \mathcal{R}$;

   (b) если Q стабильно и $\zeta = \zeta(Q, Q')$, то $([Q(\zeta)], [Q'(\zeta)]) \in \mathcal{R}$.

3. Как пункт 2, но роли N и N' меняются.

Временные сети N и N' регионально бисимуляционно эквивалентны, *запись $N \underline{\leftrightarrow}_r N'$, если $\exists\mathcal{R} : N \underline{\leftrightarrow}_r N'$.*

$$
\begin{tikzcd}
 & \simeq \arrow[d] \\
\underline{\leftrightarrow}_u \arrow[d] & \underline{\leftrightarrow}_t \arrow[l] \arrow[d] \\
\equiv_u & \equiv_t \arrow[l]
\end{tikzcd}
$$

Рис. 45: Взаимосвязь эквивалентностей

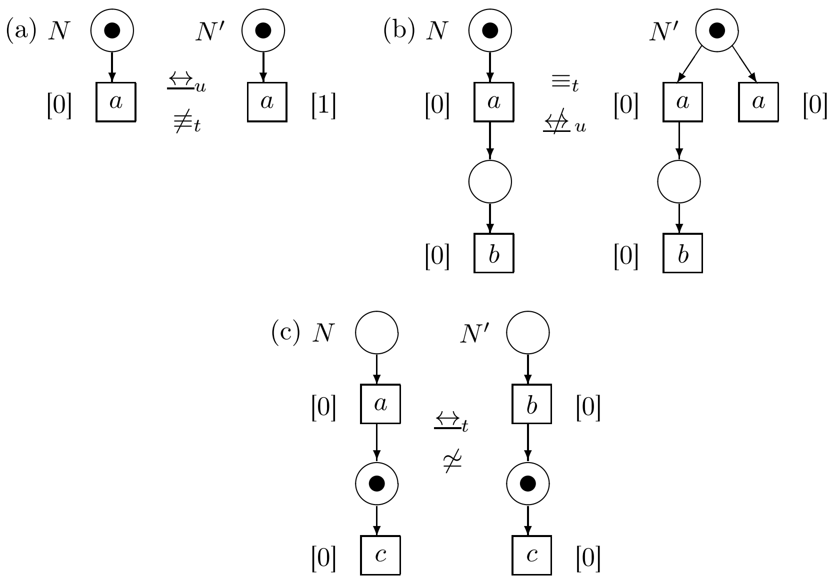

Рис. 46: Примеры эквивалентностей

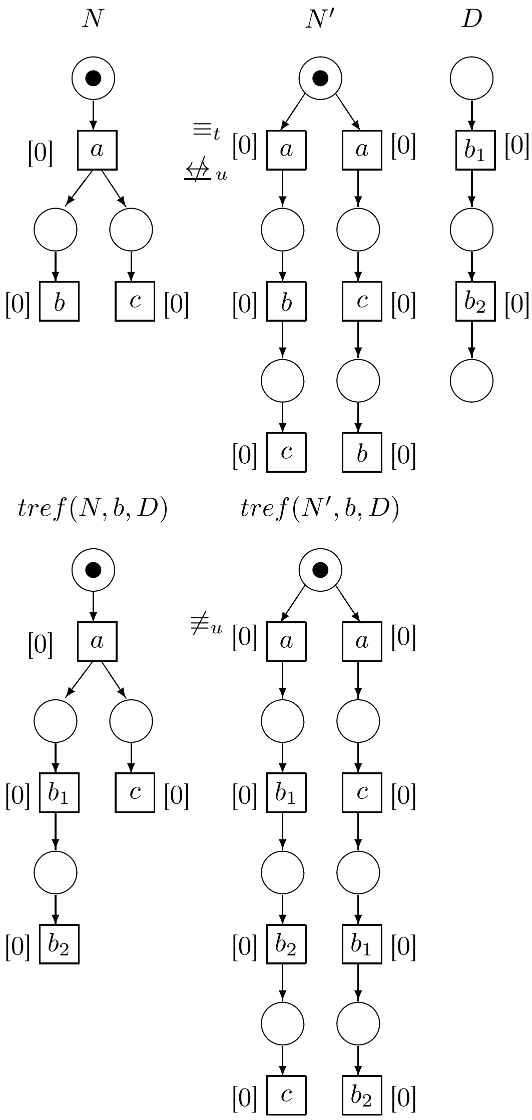

Рис. 47: Эквивалентности от $\equiv_u$ до $\equiv_t$ не сохраняются при временных SM-детализациях

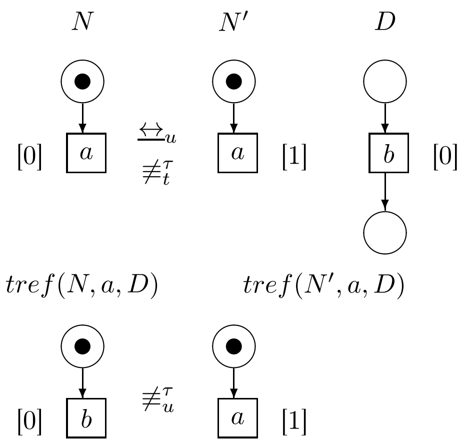

Рис. 48: Эквивалентности от $\equiv_u$ до $\underline{\leftrightarrow}_u$ не сохраняются при временных SM-детализациях

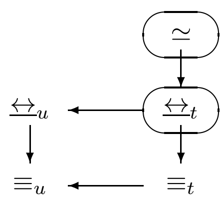

Рис. 49: Сохранение эквивалентностей при временных SM-детализациях

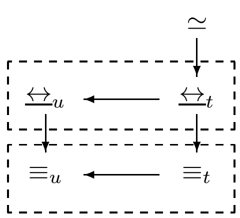

Рис. 50: Совпадение эквивалентностей на не-временных сетях

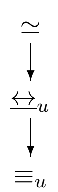

Рис. 51: Взаимосвязь эквивалентностей на не-временных сетях

Временная τ-следовая эквивалентность

Пишем $Q \Rightarrow \widetilde{Q}$, если $\exists Q_i\ (1 \le i \le n)\ Q \xrightarrow{\tau} Q_1 \xrightarrow{\tau} \cdots \xrightarrow{\tau} Q_n = \widetilde{Q}$.
Пишем $Q \overset{t}{\Rightarrow} \widetilde{Q}$, если $\exists Q_1, Q_2\ Q \Rightarrow Q_1 \xrightarrow{t} Q_2 \Rightarrow \widetilde{Q}$.
Пишем $Q \overset{a}{\Rightarrow} \widetilde{Q}$, если $\exists t\ Q \overset{t}{\Rightarrow} \widetilde{Q}$ и $l_N(t) = a$.
Пишем $Q \overset{\delta}{\Rightarrow} \widetilde{Q}$, если $\exists Q_1\ Q \Rightarrow Q_1 \xrightarrow{\delta} \widetilde{Q}$.
Пишем $Q \overset{\delta}{\Rightarrow} \widetilde{Q}$, если $\exists \delta_1, \delta_2, Q_1\ Q \overset{\delta_1}{\Rightarrow} Q_1 \overset{\delta_2}{\Rightarrow} \widetilde{Q}$ и $\delta_1 + \delta_2 = \delta$.

Определение 35 Видимый временной след *временной сети с невидимыми переходами* N *— последовательность* $x_1 \cdots x_n \in (Act \cup \mathbf{R}^+)^*$ *такая, что* $Q_N \overset{x_1}{\Rightarrow} Q_1 \overset{x_2}{\Rightarrow} \ldots \overset{x_n}{\Rightarrow} Q_n$. *Обозначим множество* всех видимых временных следов *временной сети с невидимыми переходами* N *через* $VisTimeTraces(N)$. *Временные сети с невидимыми переходами* N *и* N' временно τ-следово эквивалентны*, запись* $N \equiv_t^\tau N'$, *если* $VisTimeTraces(N) = VisTimeTraces(N')$.

Временная τ-бисимуляционная эквивалентность

Определение 36 *Пусть* N *и* N' *— временные сети с невидимыми переходами. Отношение* $\mathcal{R} \subseteq States(N) \times States(N')$ — временная τ-бисимуляция *между* N *и* N'*, запись* $\mathcal{R} : N \underline{\leftrightarrow}_t^\tau N'$*, если:*

1. $(Q_N, Q_{N'}) \in \mathcal{R}$.
2. $(Q, Q') \in \mathcal{R},\ Q \overset{x}{\Rightarrow} \widetilde{Q}\ (x \in Act \cup \mathbf{R}^+ \cup \{\_\}) \ \Rightarrow\ \exists \widetilde{Q}' :\ Q' \overset{x}{\Rightarrow} \widetilde{Q}',\ (\widetilde{Q}, \widetilde{Q}') \in \mathcal{R}$.
3. *Как пункт 2, но роли* N *и* N' *меняются.*

Временные сети с невидимыми переходами N *и* N' временно τ-бисимуляционно эквивалентны*, запись* $N \underline{\leftrightarrow}_t^\tau N'$*, если* $\exists \mathcal{R} : N \underline{\leftrightarrow}_t^\tau N'$.

Не-временная τ-следовая эквивалентность

Пишем $Q \models\!\!\Rightarrow \widetilde{Q}$, если $\exists \delta \; Q \stackrel{\delta}{\mapsto} \widetilde{Q}$.

Пишем $Q \stackrel{t}{\models\!\!\Rightarrow} \widetilde{Q}$, если $\exists Q_1, Q_2 \; Q \models\!\!\Rightarrow Q_1 \stackrel{t}{\Rightarrow} Q_2 \models\!\!\Rightarrow \widetilde{Q}$.

Пишем $Q \stackrel{a}{\models\!\!\Rightarrow} \widetilde{Q}$, если $\exists t \; Q \stackrel{t}{\models\!\!\Rightarrow} \widetilde{Q}$ и $l_N(t) = a$.

Определение 37 Видимый не-временной след *временной сети с невидимыми переходами N — последовательность $a_1 \cdots a_n \in Act^*$ такая, что $Q_N \stackrel{a_1}{\models\!\!\Rightarrow} Q_1 \stackrel{a_2}{\models\!\!\Rightarrow} \dots \stackrel{a_n}{\models\!\!\Rightarrow} Q_n$. Обозначим множество* всех видимых не-временных следов *временной сети с невидимыми переходами N через $VisUntimeTraces(N)$. Временные сети с невидимыми переходами N и N'* не-временно τ-следово эквивалентны*, запись $N \equiv_u^\tau N'$, если $VisUntimeTraces(N) = VisUnimeTraces(N'$*

Не-временная τ-бисимуляционная эквивалентность

Определение 38 *Пусть N и N' — временные сети с невидимыми переходами. Отношение $\mathcal{R} \subseteq States(N) \times States(N')$* — не-временная τ-бисимуляция *между N и N', запись $\mathcal{R} : N \underline{\leftrightarrow}_u^\tau N'$, если:*

1. $(Q_N, Q_{N'}) \in \mathcal{R}$.
2. $(Q, Q') \in \mathcal{R}, \; Q \stackrel{a}{\models\!\!\Rightarrow} \widetilde{Q} \; (a \in Act \cup \{\_\}) \;\Rightarrow\; \exists \widetilde{Q}' : \; Q' \stackrel{a}{\models\!\!\Rightarrow} \widetilde{Q}', \; (\widetilde{Q}, \widetilde{Q}') \in \mathcal{R}$.
3. *Как пункт 2, но роли N и N' меняются.*

Временные сети с невидимыми переходами N и N' не-временно τ-бисимуляционно эквивалентны*, запись $N \underline{\leftrightarrow}_u^\tau N'$, если $\exists \mathcal{R} : N \underline{\leftrightarrow}_u^\tau N'$.*

Региональная τ-следовая эквивалентность

Пусть Q — состояние временной сети с невидимыми переходами N такое, что $\exists\delta > 0\ \exists\widetilde{Q}\ Q \overset{\delta}{\Rightarrow} \widetilde{Q}$. Определим $Q(\!|\delta|\!) = \{\widetilde{Q} \mid Q \overset{\delta}{\Rightarrow} \widetilde{Q}\}$.

Пишем $[Q] \Rightarrow [\widetilde{Q}]$, если $Q \Rightarrow \widetilde{Q}$.

Пишем $[Q] \overset{t}{\Rightarrow} [\widetilde{Q}]$, если $Q \overset{t}{\Rightarrow} \widetilde{Q}$.

Пишем $[Q] \overset{a}{\Rightarrow} [\widetilde{Q}]$, если $\exists t\ [Q] \overset{t}{\Rightarrow} [\widetilde{Q}]$ и $l_N(t) = a$.

Пишем $[Q] \overset{\surd}{\Rightarrow} [\widetilde{Q}]$, если $Q \overset{\zeta(Q)}{\Rightarrow} \widetilde{Q}$.

Определение 39 Видимый региональный след *временной сети с невидимыми переходами N — последовательность $x_1 \cdots x_n \in (Act \cup \{\surd\})^*$ такая, что $[Q_N] \overset{x_1}{\Rightarrow} [Q_1] \overset{x_2}{\Rightarrow} \ldots \overset{x_n}{\Rightarrow} [Q_n]$. Обозначим множество* всех видимых региональных следов *временной сети с невидимыми переходами N через $VisRegTraces(N)$. Временные сети N и N'* регионально τ-следово эквивалентны*, запись $N \equiv_r^\tau N'$, если $VisRegTraces(N) = VisRegTraces(N')$.*

Региональная τ-бисимуляционная эквивалентность

Определение 40 *Пусть N и N' — временные сети с невидимыми переходами . Отношение $\mathcal{R} \subseteq RegStates(N) \times RegStates(N')$* — региональная τ-бисимуляция *между N и N', запись $\mathcal{R} : N \underline{\leftrightarrow}_r^\tau N'$, если:*

1. *$([Q_N], [Q_{N'}]) \in \mathcal{R}$.*
2. *$([Q], [Q']) \in \mathcal{R}$,*
   (a) $[Q] \overset{a}{\to} [\widetilde{Q}]\ (a \in Act \cup \{\_\}) \ \Rightarrow\ \exists[\widetilde{Q}'] :\ [Q'] \overset{a}{\Rightarrow} [\widetilde{Q}'],\ ([\widetilde{Q}], [\widetilde{Q}']) \in \mathcal{R};$
   (b) *если Q стабильно и $\zeta = \zeta(Q, Q')$, то $\exists\widetilde{Q}' \in Q'(\!|\zeta|\!) :\ ([Q(\zeta)], [\widetilde{Q}']) \in \mathcal{R}$.*
3. *Как пункт 2, но роли N и N' меняются.*

Временные сети с невидимыми переходами N и N' are регионально τ-бисимуляцио эквивалентны*, запись $N \underline{\leftrightarrow}_r^\tau N'$, если $\exists\mathcal{R} : N \underline{\leftrightarrow}_r^\tau N'$.*

$$
\begin{tikzcd}
 & \simeq \arrow[d] \\
\underline{\leftrightarrow}_u^\tau \arrow[d] & \underline{\leftrightarrow}_t^\tau \arrow[l] \arrow[d] \\
\equiv_u^\tau & \equiv_t^\tau \arrow[l]
\end{tikzcd}
$$

Рис. 52: Взаимосвязь τ-эквивалентностей

$$
\begin{tikzcd}
 & & & \simeq \arrow[d] \\
 & \underline{\leftrightarrow}_u \arrow[dl] \arrow[dd] & & \underline{\leftrightarrow}_t \arrow[ll] \arrow[dl] \arrow[dd] \\
\underline{\leftrightarrow}_u^\tau \arrow[dd] & & \underline{\leftrightarrow}_t^\tau \arrow[ll] \arrow[dd] & \\
 & \equiv_u \arrow[dl] & & \equiv_t \arrow[ll] \arrow[dl] \\
\equiv_u^\tau & & \equiv_t^\tau \arrow[ll] &
\end{tikzcd}
$$

Рис. 53: Взаимосвязь τ-эквивалентностей с эквивалентностями

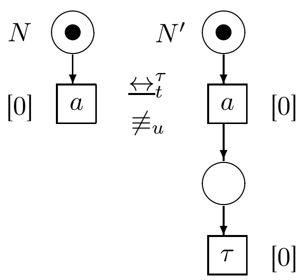

Рис. 54: Пример взаимосвязи эквивалентностей и τ-эквивалентностей

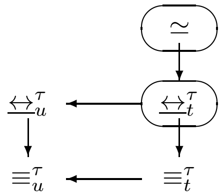

Рис. 55: Сохранение τ-эквивалентностей при временых SM-детализациях

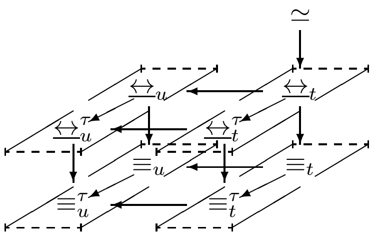

Рис. 56: Совпадение τ-эквивалентностей и эквивалентностей на временных сетях с видимыми переходами

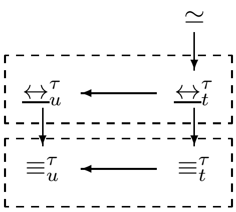

Рис. 57: Совпадение τ-эквивалентностей на не-временных сетях с невидимыми переходами

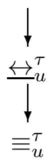

Рис. 58: Взаимосвязь τ-эквивалентностей на не-временных сетях с невидимыми переходами

$$
\begin{tikzcd}
 & & & & \simeq \arrow[d] \\
 & & & \equiv_{mes} \arrow[d] & \equiv_{occ} \arrow[l] \arrow[d] \\
 & & & \underline{\leftrightarrow}_{pomh} \arrow[d] & \underline{\leftrightarrow}_{prh} \arrow[l] \arrow[d] \\
 & \underline{\leftrightarrow}_{iST} \arrow[d] & \underline{\leftrightarrow}_{pwST} \arrow[l] \arrow[d] & \underline{\leftrightarrow}_{pomST} \arrow[l] \arrow[d] & \underline{\leftrightarrow}_{prST} \arrow[l] \arrow[d] \\
\underline{\leftrightarrow}_{i} \arrow[d] & \underline{\leftrightarrow}_{s} \arrow[l] \arrow[d] & \underline{\leftrightarrow}_{pw} \arrow[l] \arrow[d] & \underline{\leftrightarrow}_{pom} \arrow[l] \arrow[d] & \underline{\leftrightarrow}_{pr} \arrow[l] \arrow[d] \\
\equiv_{i} & \equiv_{s} \arrow[l] & \equiv_{pw} \arrow[l] & \equiv_{pom} \arrow[l] & \equiv_{pr} \arrow[l]
\end{tikzcd}
$$

Рис. 59: Совпадение эквивалентностей на А-сетях

$$
\begin{tikzcd}
 & \simeq \arrow[d] \\
 & \equiv_{occ} \arrow[d] \\
\equiv_{i} & \equiv_{pr} \arrow[l]
\end{tikzcd}
$$

Рис. 60: Эквивалентности на А-сетях

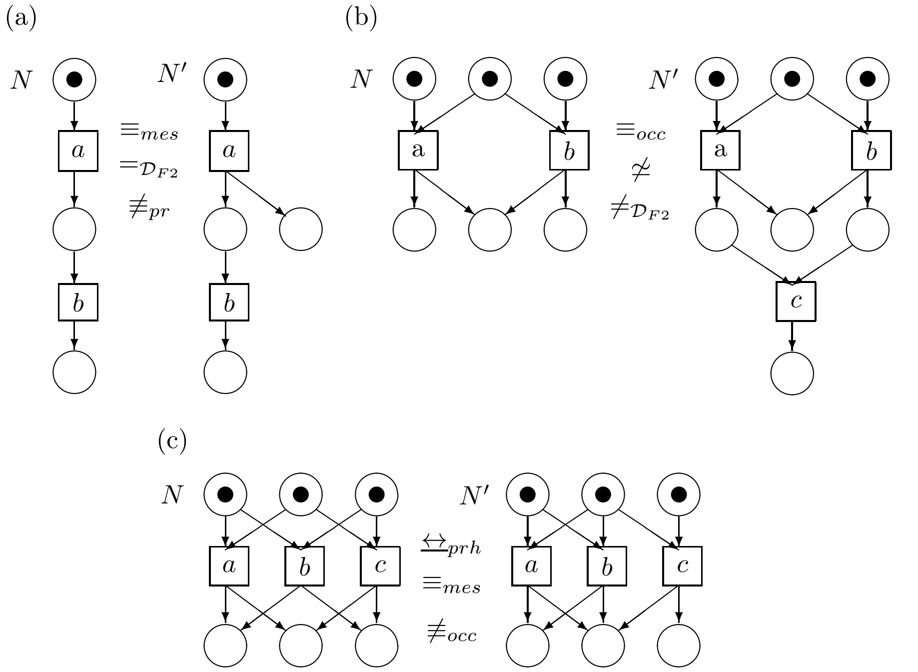

Рис. 61: Примеры эквивалентностей на А-сетях

$$\begin{tikzcd}
=_{\mathcal{D}_{F2}} \arrow[dd] & \simeq \arrow[l] \arrow[d] \\
 & \equiv_{occ} \arrow[d] \\
=_{\mathcal{D}^+_{F2}} = \equiv_i & \equiv_{pr} \arrow[l]
\end{tikzcd}$$

Рис. 62: Взаимосвязь сетевых и алгебраических эквивалентностей

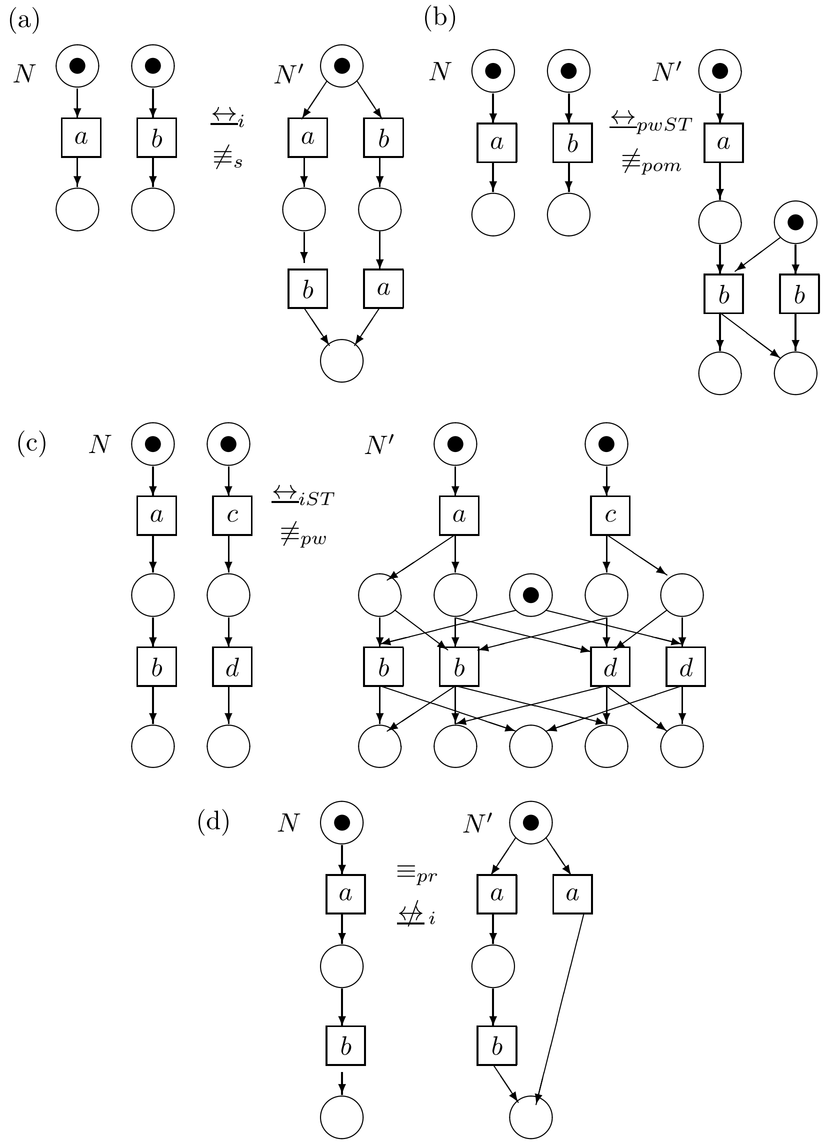

Рис. 63: Примеры эквивалентностей на слабо помеченных A-сетях

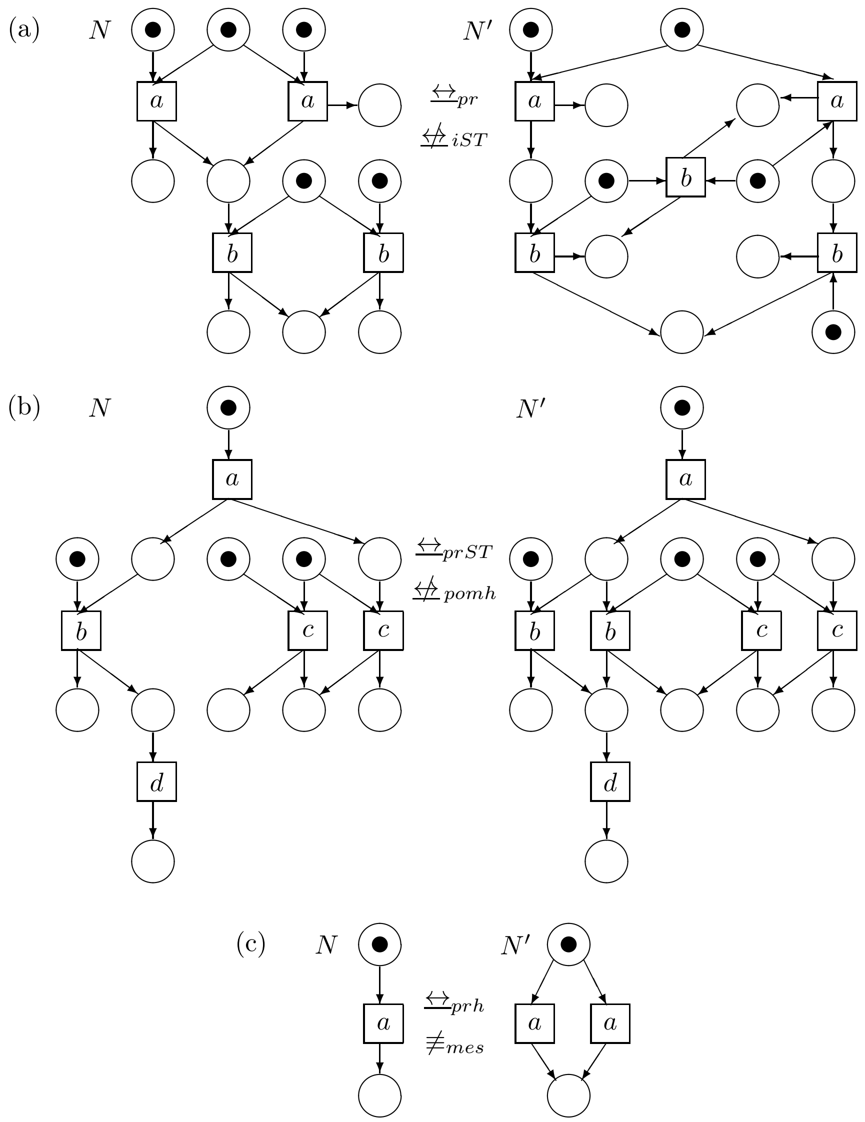

Рис. 64: Примеры эквивалентностей на слабо помеченных A-сетях (продолжение)

$$
\begin{tikzcd}
 & & & =_{\mathcal{D}_{FL2}} \arrow[d] & \\
 & & & =_{\mathcal{D}^{+}_{FL2}} \arrow[d] & \simeq \arrow[d] \\
 & & & \equiv_{mes} \arrow[d] & \equiv_{occ} \arrow[l] \arrow[d] \\
 & & & \underline{\leftrightarrow}_{pomh} \arrow[d] & \underline{\leftrightarrow}_{prh} \arrow[l] \arrow[d] \\
 & \underline{\leftrightarrow}_{iST} \arrow[d] & \underline{\leftrightarrow}_{pwST} \arrow[l] \arrow[d] & \underline{\leftrightarrow}_{pomST} \arrow[l] \arrow[d] & \underline{\leftrightarrow}_{prST} \arrow[l] \arrow[d] \\
\underline{\leftrightarrow}_{i} \arrow[d] & \underline{\leftrightarrow}_{s} \arrow[l] \arrow[d] & \underline{\leftrightarrow}_{pw} \arrow[l] \arrow[d] & \underline{\leftrightarrow}_{pom} \arrow[l] \arrow[d] & \underline{\leftrightarrow}_{pr} \arrow[l] \arrow[d] \\
\equiv_{i} & \equiv_{s} \arrow[l] & \equiv_{pw} \arrow[l] & \equiv_{pom} \arrow[l] & \equiv_{pr} \arrow[l]
\end{tikzcd}
$$

Рис. 65: Взаимосвязь сетевых и алгебраических эквивалентностей