

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

ИНСТИТУТ СИСТЕМ ИНФОРМАТИКИ
ИМ. А.П. ЕРШОВА

На правах рукописи

ТАРАСЮК ИГОРЬ ВАЛЕРЬЕВИЧ

**Исследование эквивалентностных понятий для
моделей параллельных и распределенных
систем**

*05.13.11 — математическое и программное обеспечение вычислительных
машин, комплексов, систем и сетей*

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Научные руководители:

к.ф.-м.н., с.н.с. ИСИ СО РАН, доцент ВИРБИЦКАЙТЕ И.Б.,
д.ф.-м.н., директор ИСИ СО РАН, профессор ПОТТОСИН И.В.

Новосибирск

1997

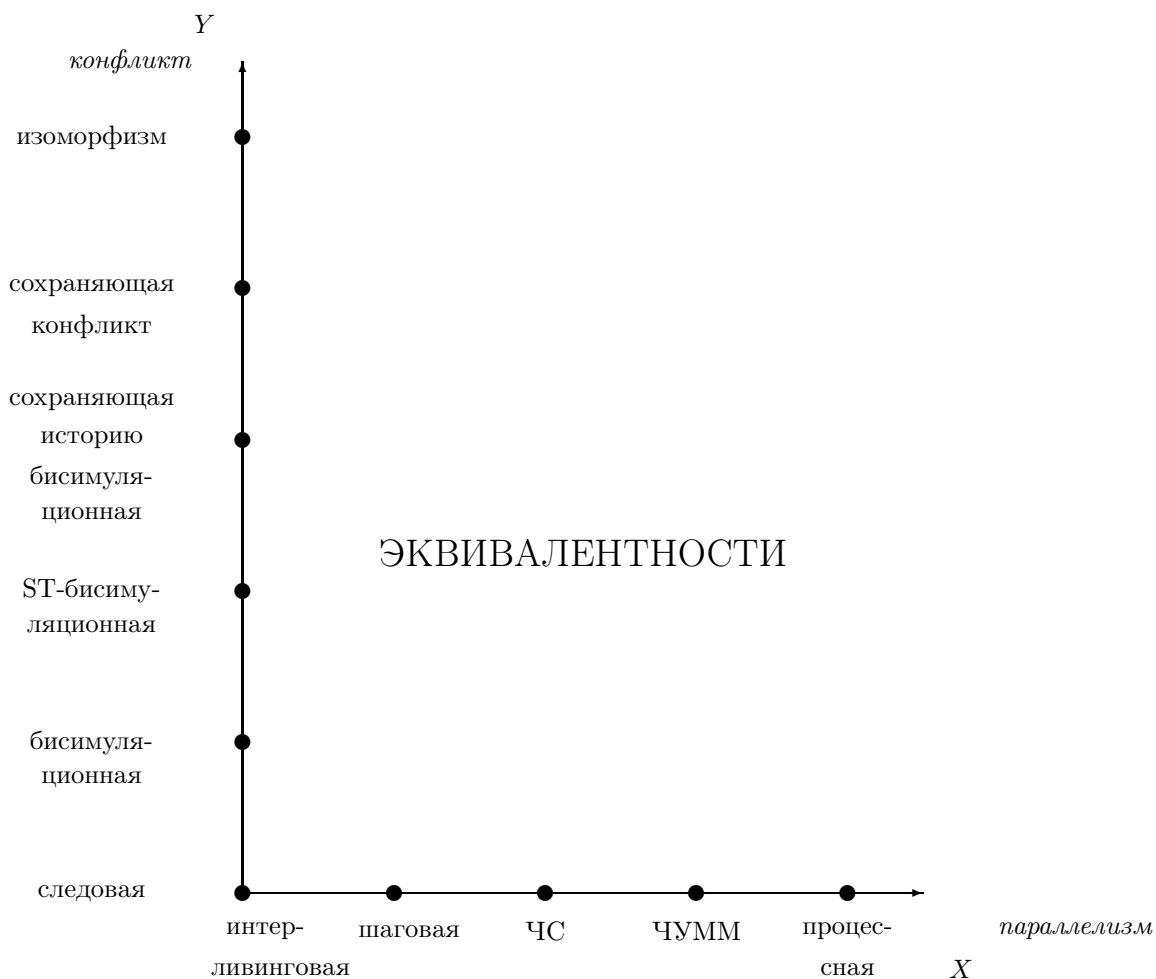


Рис. 1: Семантическая координатная плоскость

Классификация моделей:

1. интерливинг / истинный параллелизм;
2. линейное / ветвистое время;
3. структура / поведение.

В указанной области следующие **проблемы** требуют решения.

- Нет достаточно полного набора эквивалентностей во всех рассмотренных семантиках.
- Не установлена взаимосвязь ряда важных эквивалентностных отношений.
- Задача логической характеристики поведенческих эквивалентностей.
- Эффективные методы редукции систем с сохранением поведения по модулю эквивалентностей.
- Какие из эквивалентностей сохраняются при нисходящей разработке систем.
- Исследовать эквивалентности на подклассах и расширениях моделей.
- Установление взаимосвязи эквивалентностей, определенных в рамках различных формализмов.

Научная новизна данной работы состоит в следующем.

1. В рамках сетей Петри с видимыми и невидимыми переходами введен и исследован широкий набор поведенческих эквивалентностей в семантиках от интерливинговой до истинного параллелизма и от линейного до ветвистого времени, позволяющих абстрагироваться от структурных и поведенческих свойств моделируемых систем.
 - Получена диаграмма взаимосвязей указанных выше эквивалентностей. Дана логическая характеристика ряда эквивалентностей, позволяющая рассуждать о поведении параллельных систем в терминах формул темпоральных логик. Описан метод эффективной редукции сетей с сохранением их поведения по модулю эквивалентностей.
 - Исследованы композиционные аспекты сохранения поведенческих свойств моделируемых параллельных систем.
 - Установлена взаимосвязь эквивалентностных отношений на подклассах сетей с целью упрощения сравнения их поведения и лучшего понимания природы эквивалентностей.
2. На временных сетях Петри с видимыми и невидимыми переходами исследован ряд временных, не-временных и региональных эквивалентностей, способных в разной степени учитывать временные аспекты поведения моделируемых систем.
 - Выяснено соотношение указанных эквивалентностей. Дана региональная характеристика временных эквивалентностей, позволяющая упростить проверку последних.

- Разработан композиционный подход к проверке эквивалентности временных систем.
 - Установлена взаимосвязь эквивалентностей на подклассах временных сетей.
3. Исследованы семантические эквивалентности алгебраических исчислений и их расширений, а также их связь с сетевыми эквивалентностными отношениями.
- Разработано новое исчисление помеченных недетерминированных параллельных процессов $AFLP_2$ — расширение известной алгебры AFP_2 (введенной В.Е. Котовым и Л.А. Черкасовой) функцией пометки, что позволило специфицировать значительно более широкий класс процессов, чем в AFP_2 .
 - Дана полная и корректная аксиоматизация эквивалентностей относительно денотационных семантик указанных алгебр, а также операционная характеристика этих эквивалентностей, позволяющая сравнивать их с поведенческими эквивалентностными отношениями.
 - Установлены взаимосвязи алгебраических и сетевых эквивалентностей, что дало возможность переходить от сетевых к алгебраическим спецификациям и обратно с сохранением поведения и объединило преимущества сетей и алгебр.
 - Предложена система правил переписывания для автоматизации проверки семантических эквивалентностей алгебраических исчислений, на основе которой разработана программа для машинной проверки эквивалентности формул.

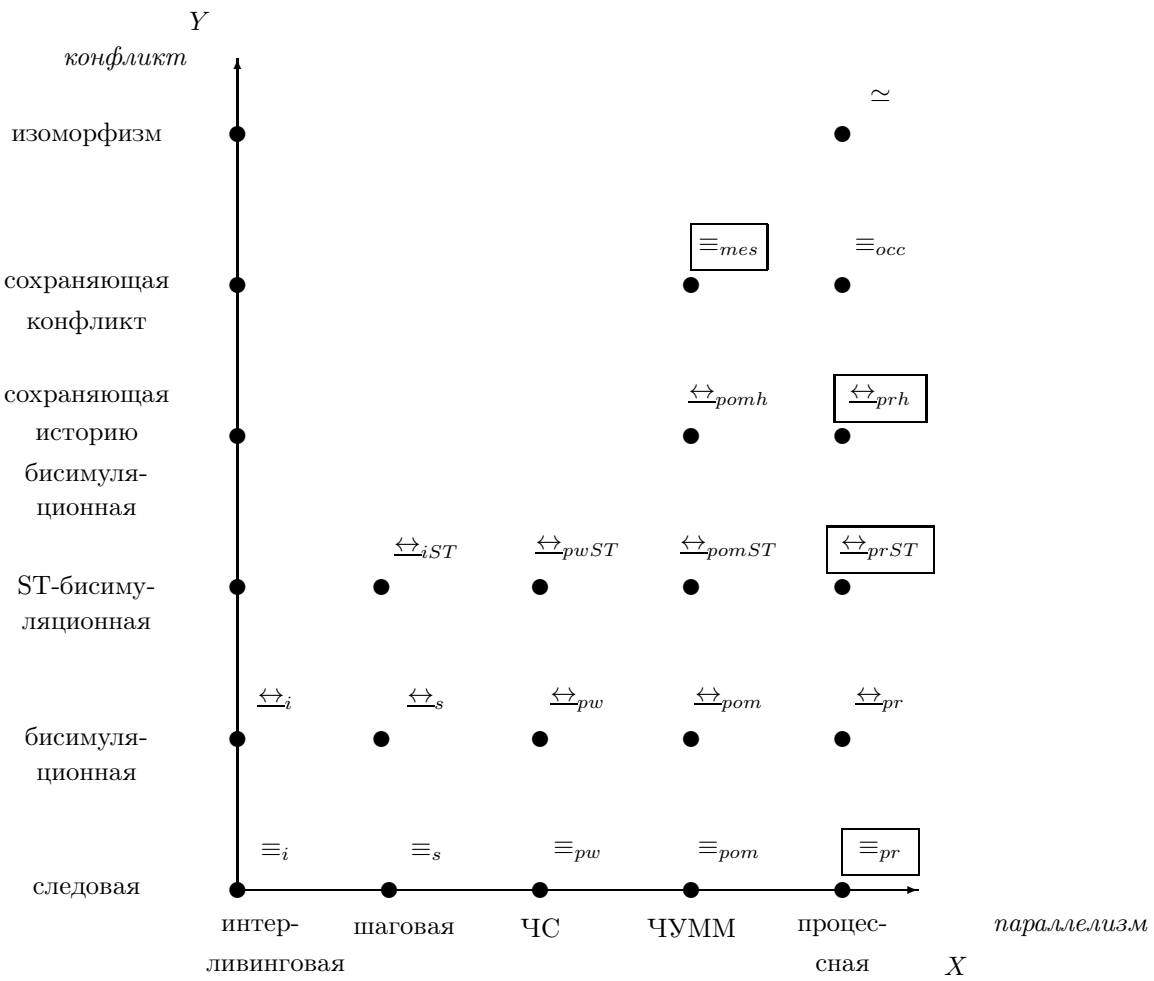


Рис. 2: Классификация базисных эквивалентностей

Следовые эквивалентности

Определение 1 Интерливинговый след сети N — это последовательность $a_1 \cdots a_n \in Act^*$ такая, что $\pi_N \xrightarrow{a_1} \pi_1 \xrightarrow{a_2} \dots \xrightarrow{a_n} \pi_n$, где $\pi_i \in \Pi(N)$ ($1 \leq i \leq n$). Обозначим множество всех интерливинговых следов сети N через $IntTraces(N)$. Сети N и N' интерливингово следово эквивалентны, запись $N \equiv_i N'$, если $IntTraces(N) = IntTraces(N')$.

Определение 2 Шаговый след сети N — это последовательность $A_1 \cdots A_n \in (\mathcal{M}(Act))^*$ такая, что $\pi_N \xrightarrow{A_1} \pi_1 \xrightarrow{A_2} \dots \xrightarrow{A_n} \pi_n$, где $\pi_i \in \Pi(N)$ ($1 \leq i \leq n$). Обозначим множество всех шаговых следов сети N через $StepTraces(N)$. Сети N и N' шагово следово эквивалентны, запись $N \equiv_s N'$, если $StepTraces(N) = StepTraces(N')$.

Определение 3 ЧУММ-след сети N — это ЧУММ ρ — класс изоморфизма ПЧУМ ρ_C для $\pi = (C, \varphi) \in \Pi(N)$. Пишем $\rho \sqsubseteq \rho'$, если $\rho_C \sqsubseteq \rho_{C'}$ для $\rho_C \in \rho$ и $\rho_{C'} \in \rho'$. В этом случае говорим, что ЧУММ ρ менее последователен или более параллелен, чем ρ' . Обозначим через $Pomsets(N)$ множество всех следов ЧУММ сети N . Сети N и N' ЧС следово эквивалентны, запись $N \equiv_{pw} N'$, если $Pomsets(N) \sqsubseteq Pomsets(N')$ и $Pomsets(N') \sqsubseteq Pomsets(N)$, то есть для любого $\rho' \in Pomsets(N')$ существует $\rho \in Pomsets(N)$ такой, что $\rho \sqsubseteq \rho'$ и наоборот.

Определение 4 Сети N и N' ЧУММ следово эквивалентны, запись $N \equiv_{pom} N'$, если $Pomsets(N) = Pomsets(N')$.

Определение 5 (С-)процессный след сети N — это класс изоморфизма C для $\pi = (C, \varphi) \in \Pi(N)$. $ProcessNets(N)$ обозначает множество всех (С-)процессных следов сети N . Сети N и N' (С-)процессно следово эквивалентны, запись $N \equiv_{pr} N'$, если $ProcessNets(N) = ProcessNets(N')$.

Обычные бисимуляционные эквивалентности

Определение 6 Пусть N и N' — некоторые сети. Отношение $\mathcal{R} \subseteq \Pi(N) \times \Pi(N')$ — \star -бисимуляция между N и N' , $\star \in \{\text{интерливинговая, шаговая, ЧС, ЧУММ, процессная}\}$, запись $\mathcal{R} : N \xleftrightarrow{\star} N'$, $\star \in \{i, s, pw, pot, pr\}$, если:

1. $(\pi_N, \pi_{N'}) \in \mathcal{R}$.

2. $(\pi, \pi') \in \mathcal{R}$, $\pi \xrightarrow{\hat{\pi}} \tilde{\pi}$,

(a) $|T_{\hat{C}}| = 1$, если $\star = i$;

(b) $\prec_{\hat{C}} = \emptyset$, если $\star = s$;

$\Rightarrow \exists \tilde{\pi}' : \pi' \xrightarrow{\hat{\pi}'} \tilde{\pi}'$, $(\tilde{\pi}, \tilde{\pi}') \in \mathcal{R}$ и

(a) $\rho_{\hat{C}'} \sqsubseteq \rho_{\hat{C}}$, если $\star = pw$;

(b) $\rho_{\hat{C}} \simeq \rho_{\hat{C}'}$, если $\star \in \{i, s, pot\}$;

(c) $\hat{C} \simeq \hat{C}'$, если $\star = pr$.

3. Как пункт 2, но роли N и N' меняются.

Сети N и N' \star -бисимуляционно эквивалентны, $\star \in \{\text{интерливинговая, шаговая, ЧС, ЧУММ, процессная}\}$, запись $N \xleftrightarrow{\star} N'$, если $\exists \mathcal{R} : N \xleftrightarrow{\star} N'$, $\star \in \{i, s, pw, pot, pr\}$.

ST-бисимуляционные эквивалентности

Определение 7 Пусть N и N' – некоторые сети. Отношение $\mathcal{R} \subseteq ST - \Pi(N) \times ST - \Pi(N') \times \mathcal{B}$, где $\mathcal{B} = \{\beta \mid \beta : T_C \rightarrow T_{C'}, \pi = (C, \varphi) \in \Pi(N), \pi' = (C', \varphi') \in \Pi(N')\}$ – \star -ST-бисимуляция между N и N' , $\star \in \{\text{интерливинговая, ЧС, ЧУММ, процессная}\}$, запись $\mathcal{R} : N \underline{\leftrightarrow}_{\star ST} N'$, $\star \in \{i, pw, rot, pr\}$, если:

1. $((\pi_N, \pi_N), (\pi_{N'}, \pi_{N'}), \emptyset) \in \mathcal{R}$.
2. $((\pi_E, \pi_P), (\pi'_E, \pi'_P), \beta) \in \mathcal{R} \Rightarrow \beta : \rho_{C_E} \simeq \rho_{C'_E}$ и $\beta(T_{C_P}) = T_{C'_P}$.
3. $((\pi_E, \pi_P), (\pi'_E, \pi'_P), \beta) \in \mathcal{R}$, $(\pi_E, \pi_P) \rightarrow (\tilde{\pi}_E, \tilde{\pi}_P) \Rightarrow \exists \tilde{\beta}, (\tilde{\pi}'_E, \tilde{\pi}'_P) : (\pi'_E, \pi'_P) \rightarrow (\tilde{\pi}'_E, \tilde{\pi}'_P)$, $\tilde{\beta}|_{T_{C'_E}} = \beta$, $((\tilde{\pi}_E, \tilde{\pi}_P), (\tilde{\pi}'_E, \tilde{\pi}'_P), \tilde{\beta}) \in \mathcal{R}$, и если $\pi_P \xrightarrow{\pi} \tilde{\pi}_E$, $\pi'_P \xrightarrow{\pi'} \tilde{\pi}'_E$, $\gamma = \tilde{\beta}|_{T_C}$, то:
 - (a) $\gamma^{-1} : \rho_{C'} \sqsubseteq \rho_C$, если $\star = pw$;
 - (b) $\gamma : \rho_C \simeq \rho_{C'}$, если $\star \in \{rot, pr\}$;
 - (c) $C \simeq C'$, если $\star = pr$.
4. Как пункт 3, но роли N и N' меняются.

Сети N и N' \star -ST-бисимуляционно эквивалентны, $\star \in \{\text{интерливинговая, ЧС, ЧУММ, процессная}\}$, запись $N \underline{\leftrightarrow}_{\star ST} N'$, если $\exists \mathcal{R} : N \underline{\leftrightarrow}_{\star ST} N'$, $\star \in \{i, pw, rot, pr\}$.

Сохраняющие историю бисимуляционные эквивалентности

Определение 8 Пусть N и N' – некоторые сети. Отношение $\mathcal{R} \subseteq \Pi(N) \times \Pi(N') \times \mathcal{B}$, где $\mathcal{B} = \{\beta \mid \beta : T_C \rightarrow T_{C'}, \pi = (C, \varphi) \in \Pi(N), \pi' = (C', \varphi') \in \Pi(N')\}$ – \star -сохраняющая историю бисимуляция между N и N' , $\star \in \{\text{ЧУММ, процессная}\}$, запись $N \underline{\leftrightarrow}_{\star h} N'$, $\star \in \{rot, pr\}$, если:

1. $(\pi_N, \pi_{N'}, \emptyset) \in \mathcal{R}$.
2. $(\pi, \pi', \beta) \in \mathcal{R} \Rightarrow$
 - (a) $\beta : \rho_C \simeq \rho_{C'}$, если $\star \in \{rot, pr\}$;
 - (b) $C \simeq C'$, если $\star = pr$.
3. $(\pi, \pi', \beta) \in \mathcal{R}$, $\pi \rightarrow \tilde{\pi} \Rightarrow \exists \tilde{\beta}, \tilde{\pi}' : \pi' \rightarrow \tilde{\pi}'$, $\tilde{\beta}|_{T_C} = \beta$, $(\tilde{\pi}, \tilde{\pi}', \tilde{\beta}) \in \mathcal{R}$.
4. Как пункт 3, но роли N и N' меняются.

Сети N и N' \star -сохраняюще историю бисимуляционно эквивалентны, $\star \in \{\text{ЧУММ, процессная}\}$, запись $N \underline{\leftrightarrow}_{\star h} N'$, если $\exists \mathcal{R} : N \underline{\leftrightarrow}_{\star h} N'$, $\star \in \{rot, pr\}$.

Сохраняющие конфликт эквивалентности

Определение 9 МСС-след сети N — МСС ξ — класс изоморфизма ПСС ξ_O для $\varpi = (O, \psi) \in \wp(N)$. Обозначим через $MEStructs(N)$ множество всех МСС-следов сети N . Две сети N и N' МСС сохраняюще конфликт эквивалентны, запись $N \equiv_{mes} N'$, если $MEStructs(N) = MESTructs(N')$. Заметим, что, в силу единственности максимального O -процесса, это равносильно требованию $\mathcal{E}(N) = \mathcal{E}(N')$.

Определение 10 O -процессный след сети N — это класс изоморфизма O -сети O для $\varpi = (O, \psi) \in \wp(N)$. Обозначим через $OccNets(N)$ множество всех O -процессных следов сети N . Две сети N и N' O -процессно сохраняюще конфликт эквивалентны, запись $N \equiv_{occ} N'$, если $OccNets(N) = OccNets(N')$. Заметим, что, в силу единственности максимального O -процесса, это равносильно требованию $\mathcal{U}(N) = \mathcal{U}(N')$.

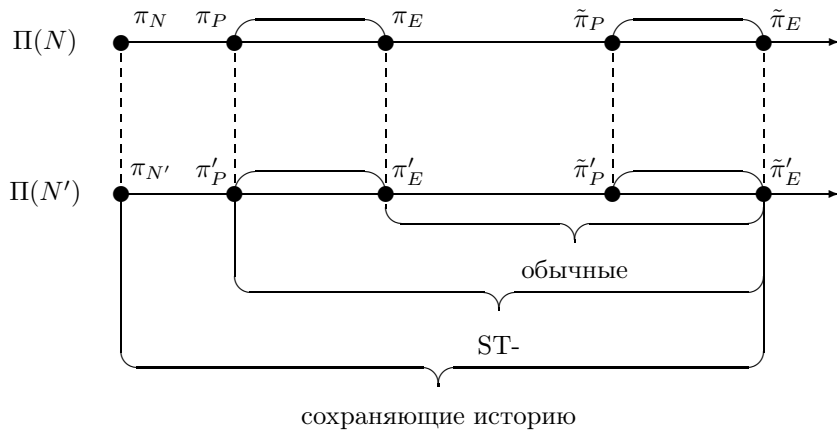


Рис. 3: Различающая способность бисимуляционных эквивалентностей

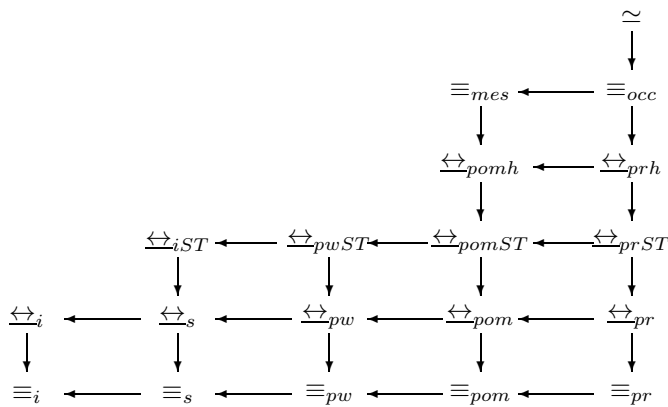


Рис. 4: Взаимосвязь базисных эквивалентностей

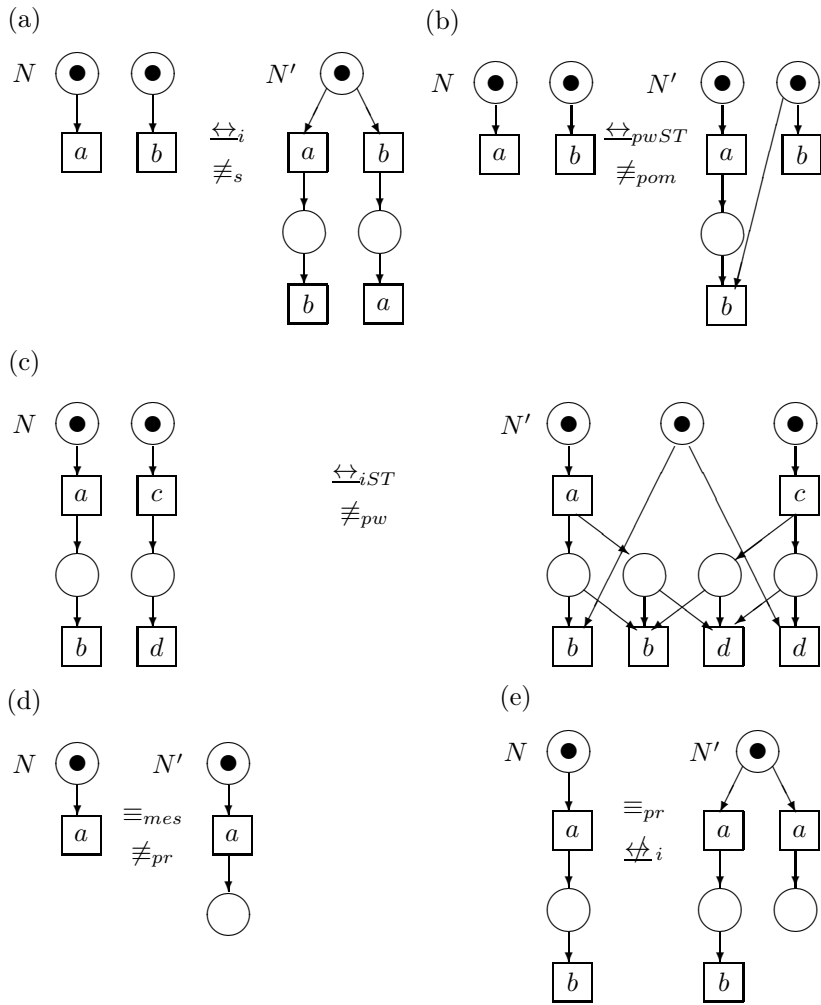


Рис. 5: Примеры базисных эквивалентностей

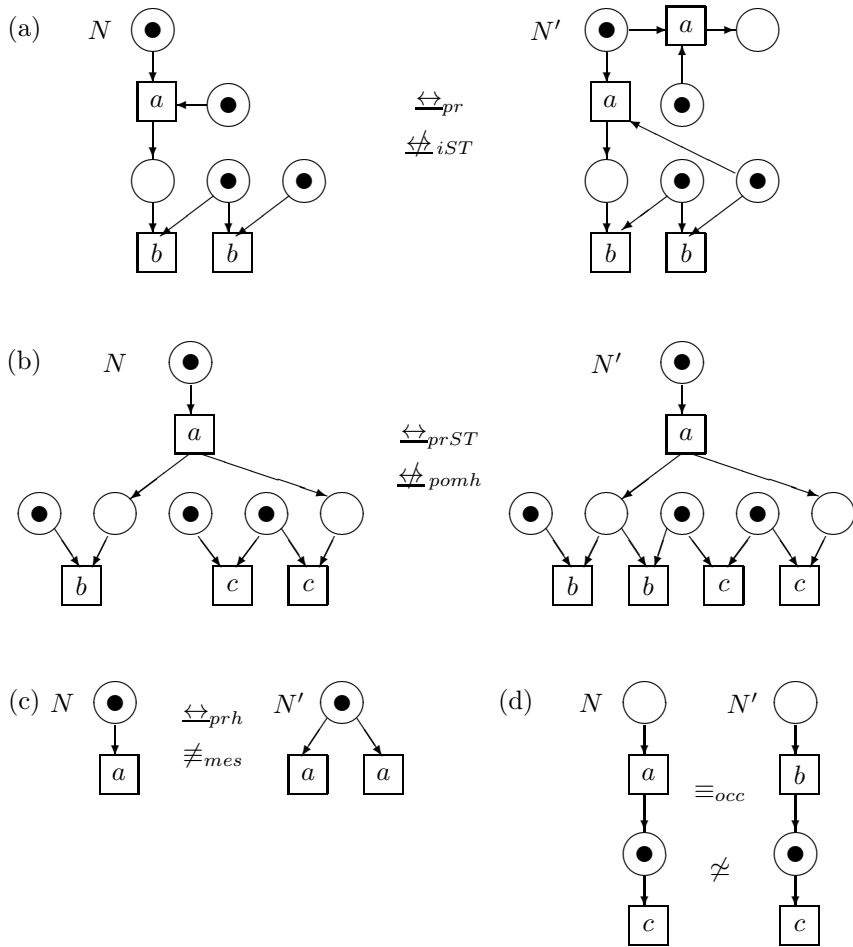


Рис. 6: Примеры базисных эквивалентностей (продолжение)

Обратные-прямые бисимуляционные эквивалентности

Определение 11 Пусть N и N' — некоторые сети. Отношение $\mathcal{R} \subseteq \text{Runs}(N) \times \text{Runs}(N')$ — \star -обратная $\star\star$ -прямая бисимуляция между N и N' , $\star, \star\star \in \{\text{интерливинговая, шаговая, ЧС, ЧУММ, процессная}\}$, запись $\mathcal{R} : N \xleftrightarrow{\star b \star\star f} N'$, $\star, \star\star \in \{i, s, pw, pot, pr\}$, если:

1. $((\pi_N, \varepsilon), (\pi_{N'}, \varepsilon)) \in \mathcal{R}$.

2. $((\pi, \sigma), (\pi', \sigma')) \in \mathcal{R}$

• (обратно)

$$(\tilde{\pi}, \tilde{\sigma}) \xrightarrow{\hat{\pi}} (\pi, \sigma),$$

(a) $|T_{\hat{C}}| = 1$, если $\star = i$;

(b) $\prec_{\hat{C}} = \emptyset$, если $\star = s$;

$$\Rightarrow \exists(\tilde{\pi}', \tilde{\sigma}') : (\tilde{\pi}', \tilde{\sigma}') \xrightarrow{\hat{\pi}'} (\pi', \sigma'), ((\tilde{\pi}, \tilde{\sigma}), (\tilde{\pi}', \tilde{\sigma}')) \in \mathcal{R} \text{ и}$$

(a) $\rho_{\hat{C}'} \sqsubseteq \rho_{\hat{C}}$, если $\star = pw$;

(b) $\rho_{\hat{C}} \simeq \rho_{\hat{C}'}$, если $\star \in \{i, s, pot\}$;

(c) $\hat{C} \simeq \hat{C}'$, если $\star = pr$;

• (прямо)

$$(\pi, \sigma) \xrightarrow{\hat{\pi}} (\tilde{\pi}, \tilde{\sigma}),$$

(a) $|T_{\hat{C}}| = 1$, если $\star\star = i$;

(b) $\prec_{\hat{C}} = \emptyset$, если $\star\star = s$;

$$\Rightarrow \exists(\tilde{\pi}', \tilde{\sigma}') : (\pi', \sigma') \xrightarrow{\hat{\pi}'} (\tilde{\pi}', \tilde{\sigma}'), ((\tilde{\pi}, \tilde{\sigma}), (\tilde{\pi}', \tilde{\sigma}')) \in \mathcal{R} \text{ и}$$

(a) $\rho_{\hat{C}'} \sqsubseteq \rho_{\hat{C}}$, если $\star\star = pw$;

(b) $\rho_{\hat{C}} \simeq \rho_{\hat{C}'}$, если $\star\star \in \{i, s, pot\}$;

(c) $\hat{C} \simeq \hat{C}'$, если $\star\star = pr$.

3. Как пункт 2, но роли N и N' меняются.

Сети N и N' \star -обратно $\star\star$ -прямо бисимуляционно эквивалентны, $\star, \star\star \in \{\text{интерливинговая, шаговая, ЧС, ЧУММ, процессная}\}$, запись $N \xleftrightarrow{\star b \star\star f} N'$, если $\exists \mathcal{R} : N \xleftrightarrow{\star b \star\star f} N'$, $\star, \star\star \in \{i, s, pw, pot, pr\}$.

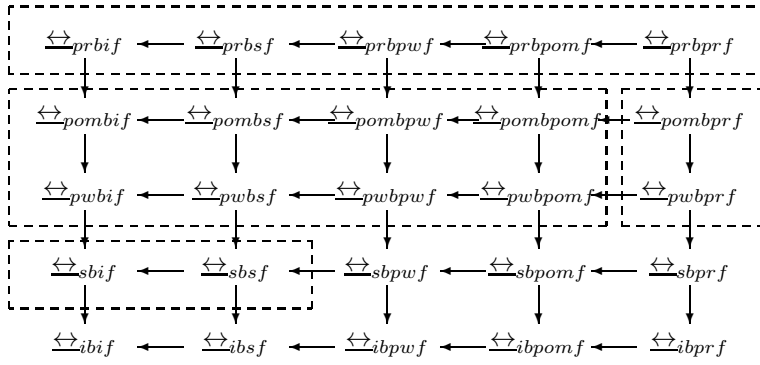


Рис. 7: Совпадение обратных-прямых бисимуляционных эквивалентностей

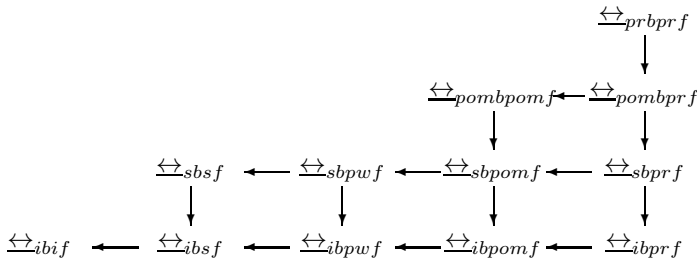


Рис. 8: Взаимосвязь обратных-прямых бисимуляционных эквивалентностей

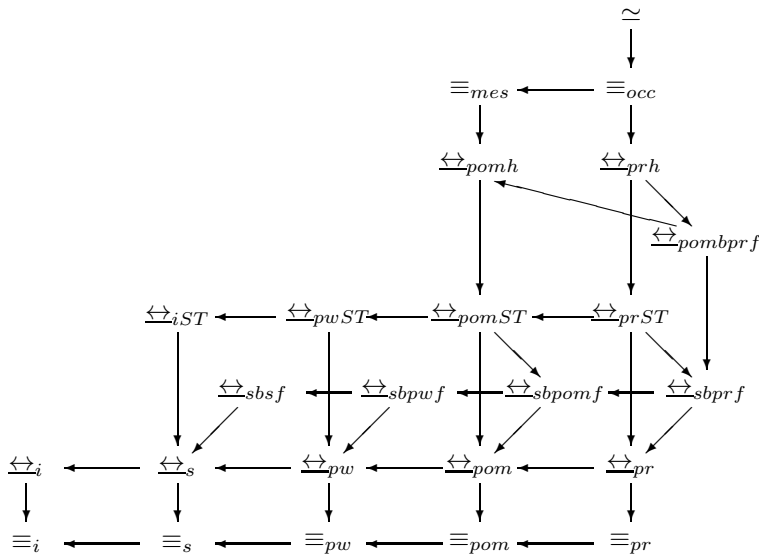


Рис. 9: Взаимосвязь обратных-прямых бисимуляционных эквивалентностей с базисными эквивалентностями

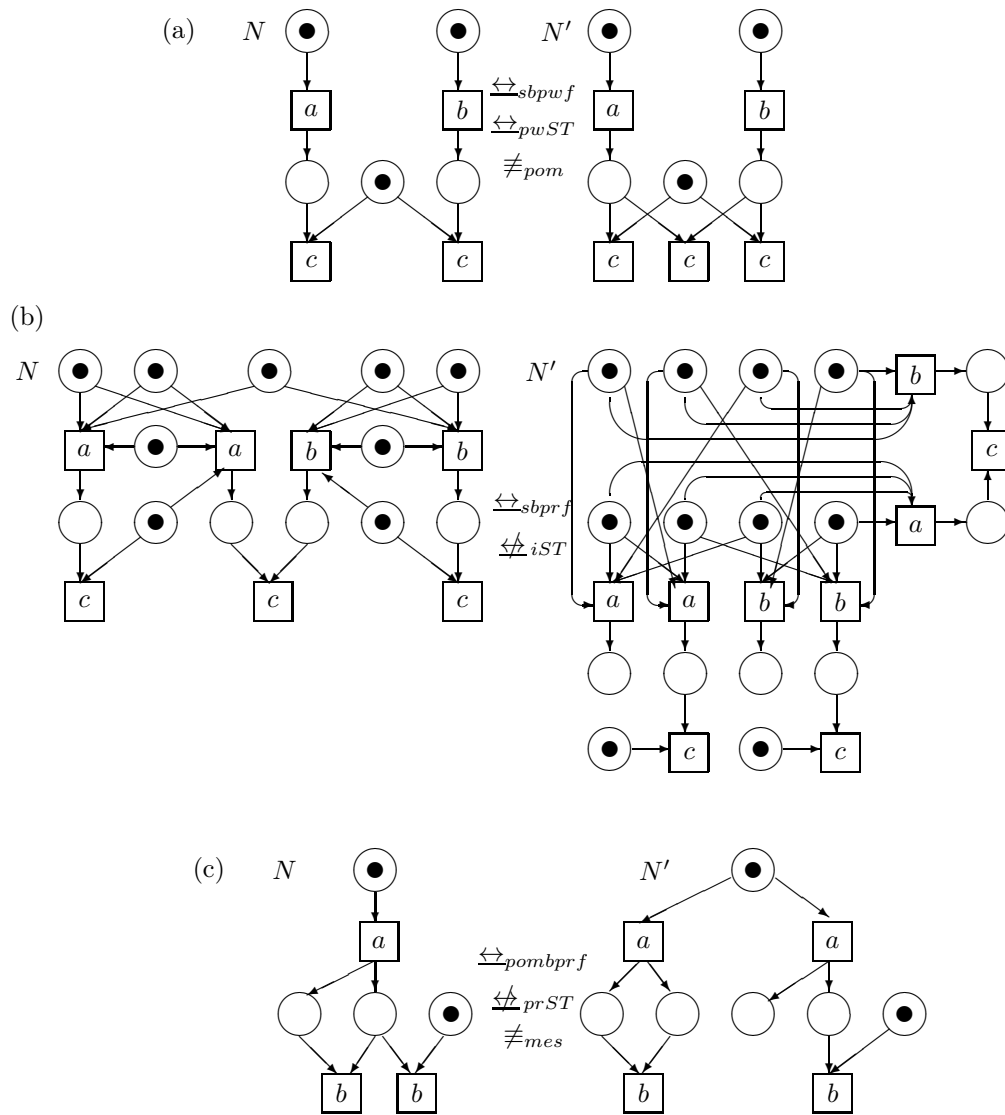


Рис. 10: Примеры обратных-прямых бисимуляционных эквивалентностей

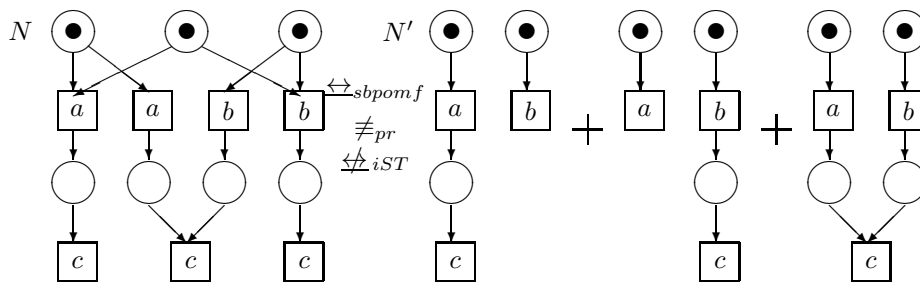


Рис. 11: Более ясный, но менее сильный пример обратных-прямых бисимуляционных эквивалентностей

Бисимуляционные эквивалентности мест

Определение 12 Пусть N и N' — некоторые сети. Отношение $\mathcal{R} \subseteq \text{Mark}(N) \times \text{Mark}(N')$ — \star -бисимуляция между N и N' , $\star \in \{\text{интерливинговая, шаговая, ЧС, ЧУММ, процессная}\}$, запись $\mathcal{R} : N \underline{\leftrightarrow}_\star N'$, $\star \in \{i, s, pw, pot, pr\}$, если:

1. $(M_N, M_{N'}) \in \mathcal{R}$.
2. $(M, M') \in \mathcal{R}$, $M \xrightarrow{\hat{\pi}} \widetilde{M}$,
 - (a) $|T_{\widehat{C}}| = 1$, если $\star = i$;
 - (b) $\prec_{\widehat{C}} = \emptyset$, если $\star = s$; $\Rightarrow \exists \widetilde{M}' : M' \xrightarrow{\hat{\pi}'} \widetilde{M}'$, $(\widetilde{M}, \widetilde{M}') \in \mathcal{R}$ и
 - (a) $\rho_{\widehat{C}'} \sqsubseteq \rho_{\widehat{C}}$, если $\star = pw$;
 - (b) $\rho_{\widehat{C}} \simeq \rho_{\widehat{C}'}$, если $\star \in \{i, s, pot\}$;
 - (c) $\widehat{C} \simeq \widehat{C}'$, если $\star = pr$.
3. Как пункт 2, но роли N и N' меняются.

Сети N и N' \star -бисимуляционно эквивалентны, $\star \in \{\text{интерливинговая, шаговая, ЧС, ЧУММ, процессная}\}$, запись $N \underline{\leftrightarrow}_\star N'$, если $\exists \mathcal{R} : N \underline{\leftrightarrow}_\star N'$, $\star \in \{i, s, pw, pot, pr\}$.

Определение 13 Пусть N и N' — некоторые сети и $\mathcal{R} \subseteq P_N \times P_{N'}$ — отношение на местах. Поднятие отношения \mathcal{R} — отношение $\overline{\mathcal{R}} \subseteq \mathcal{M}(P_N) \times \mathcal{M}(P_{N'})$, определяемое следующим образом:

$$(M, M') \in \overline{\mathcal{R}} \Leftrightarrow \begin{cases} \exists \{(p_1, p'_1), \dots, (p_n, p'_n)\} \in \mathcal{M}(\mathcal{R}) : \\ M = \{p_1, \dots, p_n\}, M' = \{p'_1, \dots, p'_n\} \end{cases}$$

Определение 14 Пусть N и N' — некоторые сети. Отношение $\mathcal{R} \subseteq P_N \times P_{N'}$ — \star -бисимуляция мест между N и N' , $\star \in \{\text{интерливинговая, шаговая, ЧС, ЧУММ, процессная}\}$, запись $\mathcal{R} : N \sim_\star N'$, если $\overline{\mathcal{R}} : N \underline{\leftrightarrow}_\star N'$, $\star \in \{i, s, pw, pot, pr\}$.

Сети N и N' \star -бисимуляционно эквивалентны на местах, $\star \in \{\text{интерливинговая, шаговая, ЧС, ЧУММ, процессная}\}$, запись $N \sim_\star N'$, если $\exists \mathcal{R} : N \sim_\star N'$, $\star \in \{i, s, pw, pot, pr\}$.

Определение 15 Пусть N и N' — некоторые сети и $t \in T_N$, $t' \in T_{N'}$. Тогда

$$(t, t') \in \overline{\mathcal{R}} \Leftrightarrow \begin{cases} (\bullet t, \bullet t') \in \overline{\mathcal{R}} \wedge \\ (t^\bullet, t'^\bullet) \in \overline{\mathcal{R}} \wedge \\ l_N(t) = l_{N'}(t') \end{cases}$$

Определение 16 Отношение $\mathcal{R} \subseteq P_N \times P_{N'}$ — строгая \star -бисимуляция мест между N и N' , $\star \in \{\text{интерливинговая, шаговая, ЧС, ЧУММ, процессная}\}$, запись $\mathcal{R} : N \approx_\star N'$, $\star \in \{i, s, pw, pot, pr\}$, если:

1. $\overline{\mathcal{R}} : N \underline{\leftrightarrow}_\star N'$.

2. В определении \star -бисимуляции в пункт 2 (и симметрично в пункт 3) добавляется новое требование: $\forall v \in T_{\widehat{C}} (\hat{\varphi}(v), \hat{\varphi}'(\beta(v))) \in \overline{\mathcal{R}}$, где:

(a) $\beta : \rho_{\widehat{C}'} \sqsubseteq \rho_{\widehat{C}}$, если $\star = pw$;

(b) $\beta : \rho_{\widehat{C}} \simeq \rho_{\widehat{C}'}$, если $\star \in \{i, s, pot\}$;

(c) $\beta : \widehat{C} \simeq \widehat{C}'$, если $\star = pr$.

Сети N и N' строго \star -бисимуляционно эквивалентны на местах, $\star \in \{\text{интерливинговая, шаговая, ЧС, ЧУММ, процессная}\}$, запись $N \approx_\star N'$, если $\exists \mathcal{R} : N \approx_\star N'$, $\star \in \{i, s, pw, pot, pr\}$.

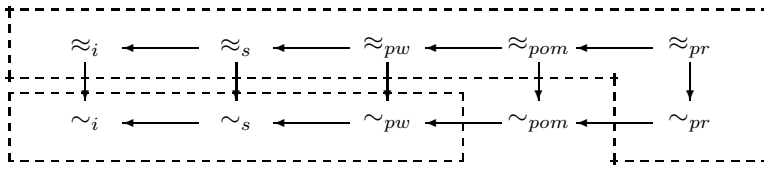


Рис. 12: Совпадение бисимуляционных эквивалентностей мест

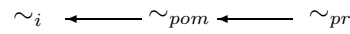


Рис. 13: Взаимосвязь бисимуляционных эквивалентностей мест

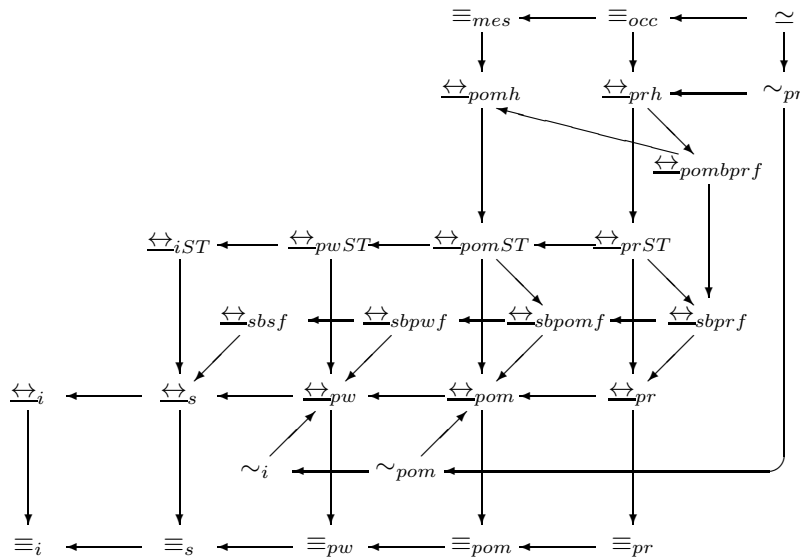


Рис. 14: Взаимосвязь бисимуляционных эквивалентностей мест с базисными эквивалентностями и обратными-прямыми бисимуляционными эквивалентностями

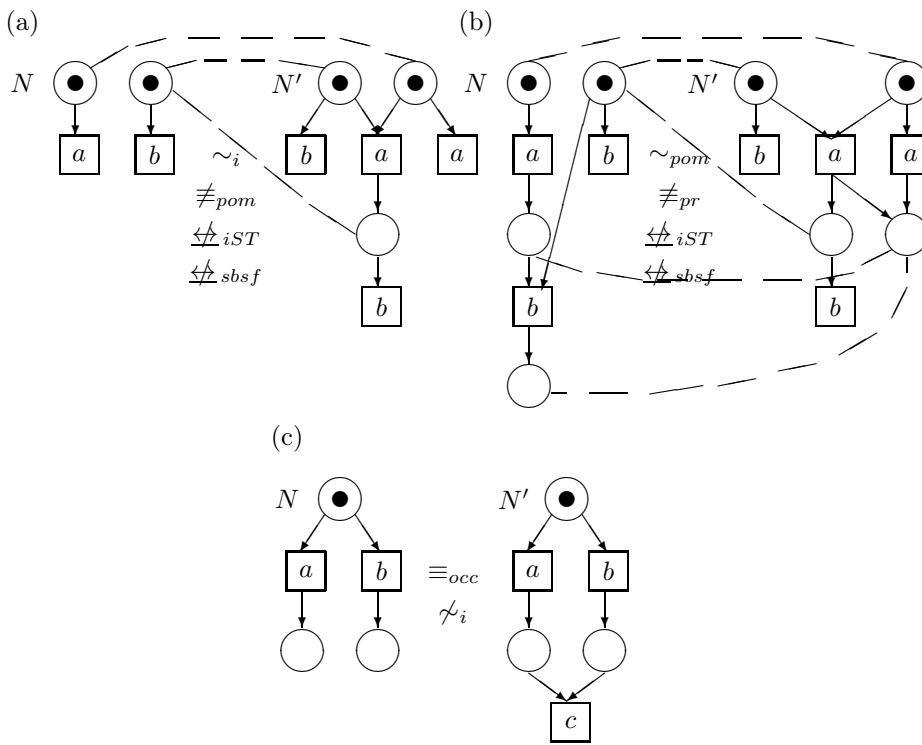


Рис. 15: Примеры бисимуляционных эквивалентностей мест

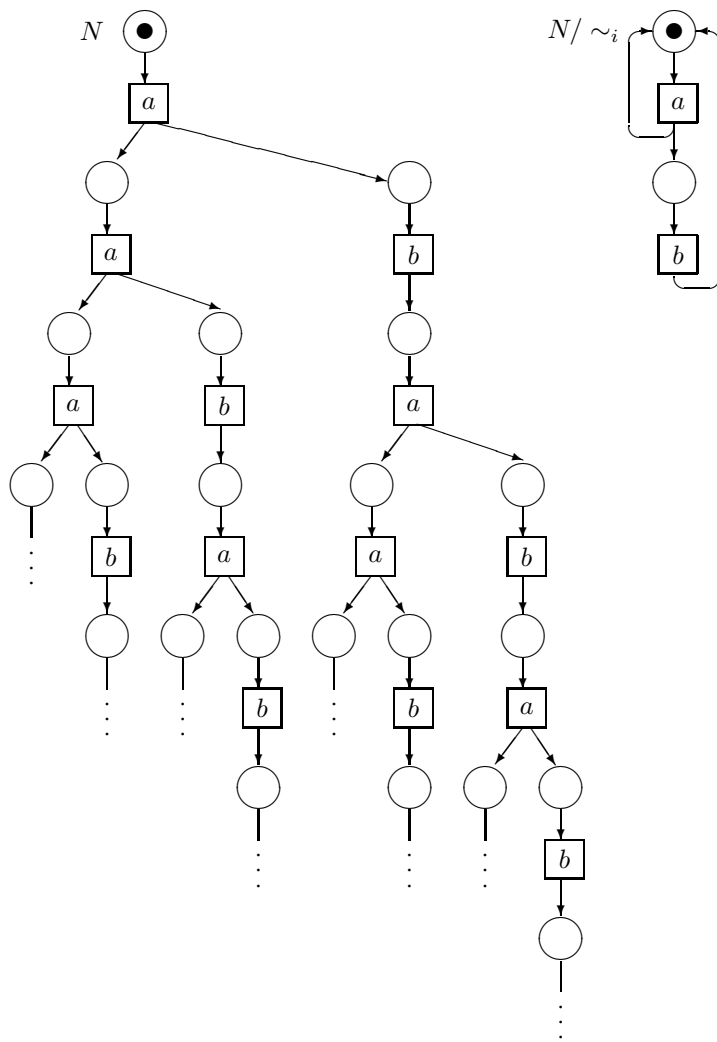


Рис. 16: Пример редукции сети по модулю \sim_i

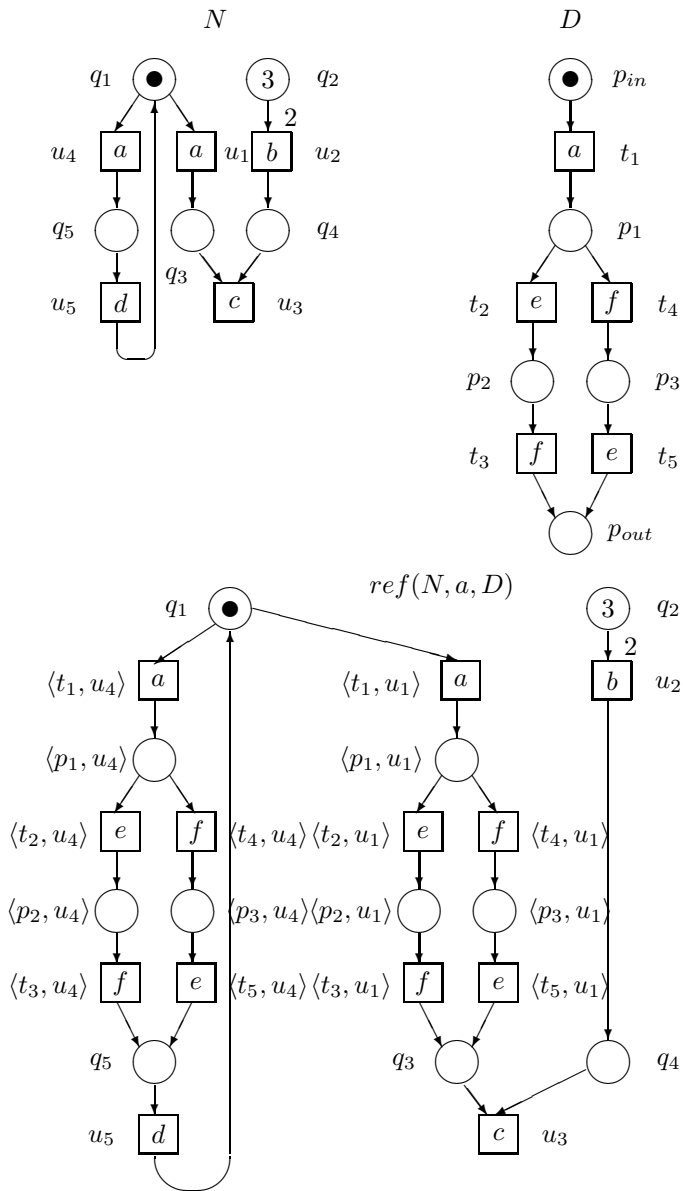


Рис. 17: Пример SM-детализации

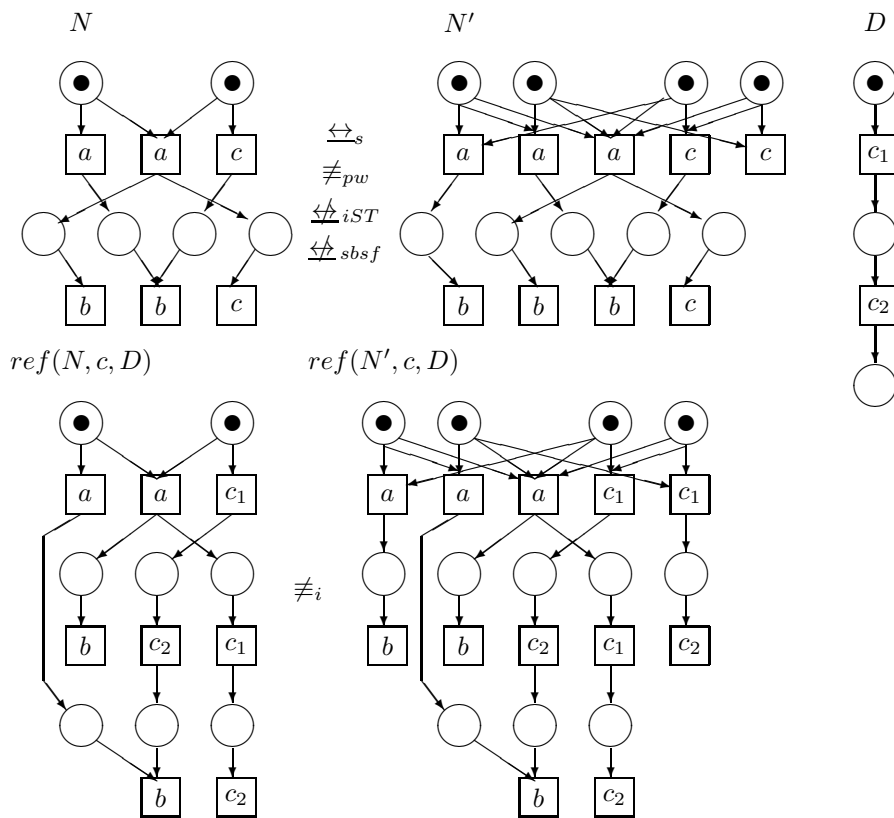


Рис. 18: Эквивалентности от \equiv_i до \leftrightarrow_s не сохраняются при SM-детализациях

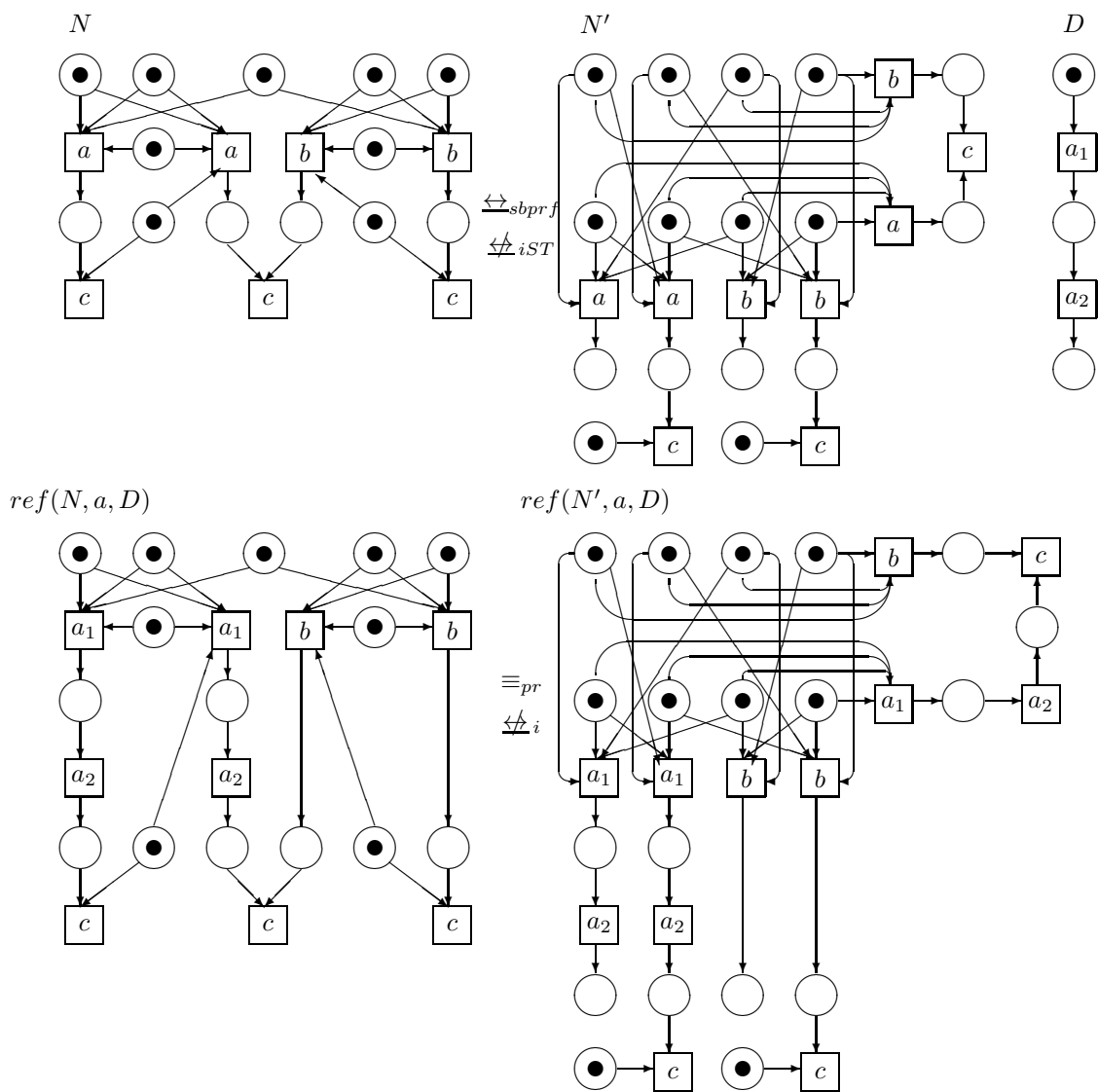


Рис. 19: Эквивалентности от \xrightarrow{i} до \xrightarrow{sbprf} не сохраняются при SM-детализациях

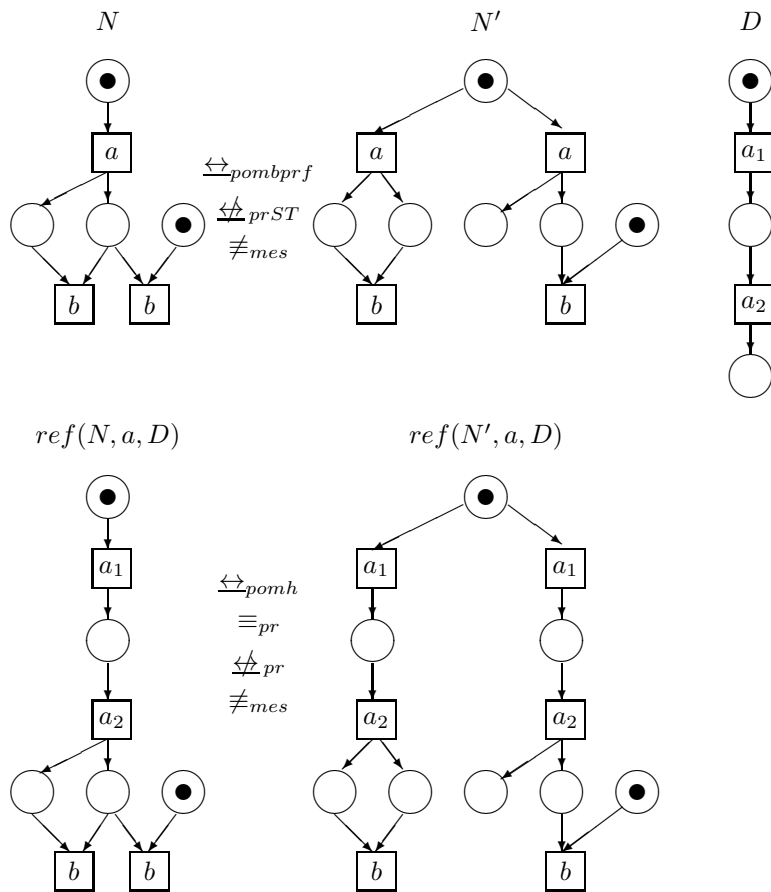


Рис. 20: Эквивалентности от \xleftrightarrow{pr} до $\xleftrightarrow{pom bprf}$ не сохраняются при SM-детализациях

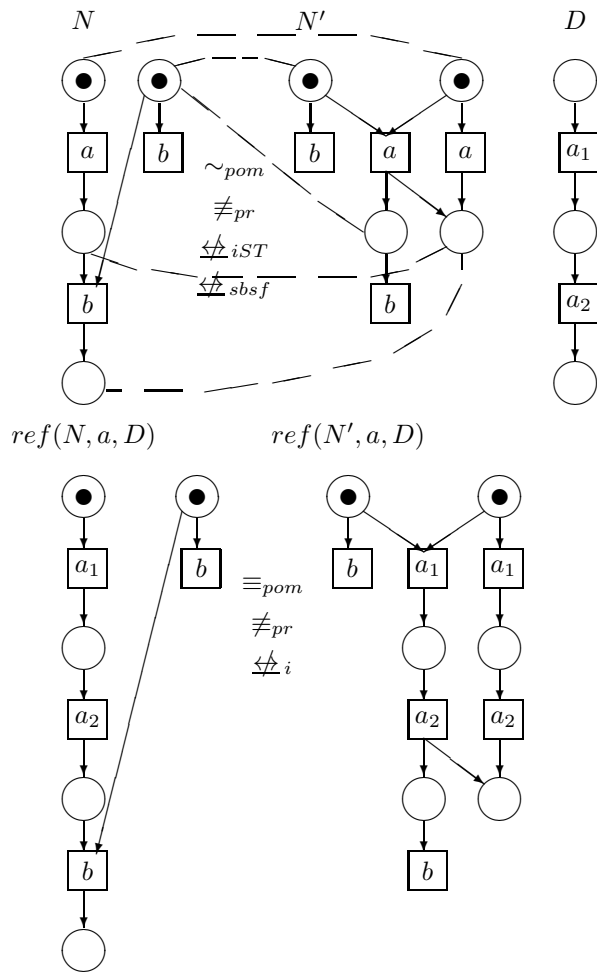


Рис. 21: Эквивалентности от \leftrightarrow_i до \sim_{pom} не сохраняются при SM-детализациях

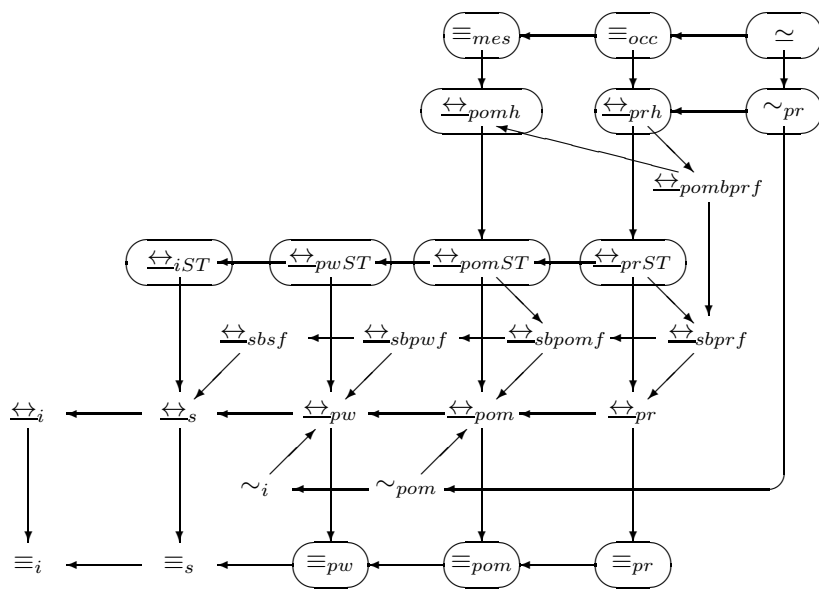


Рис. 22: Сохранение эквивалентностей при SM-детализациях

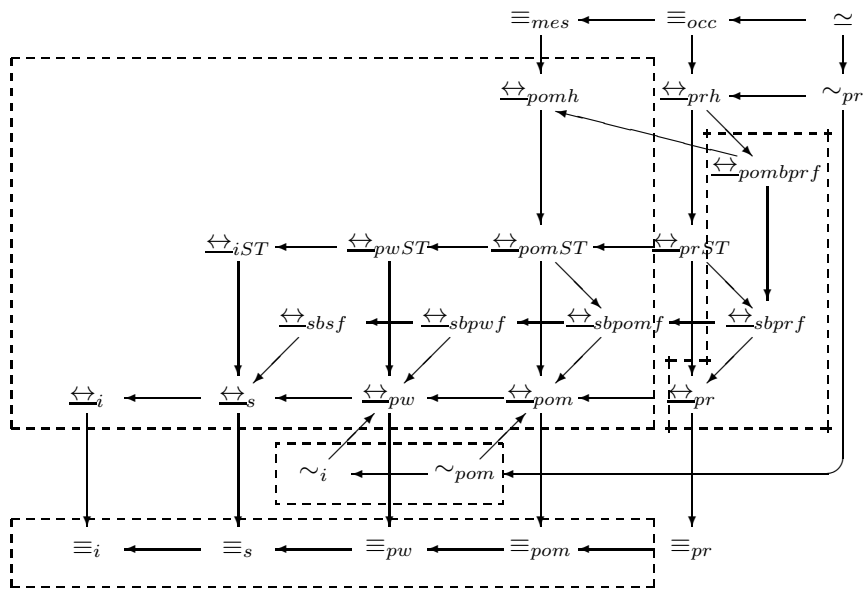


Рис. 23: Совпадение эквивалентностей на последовательных сетях

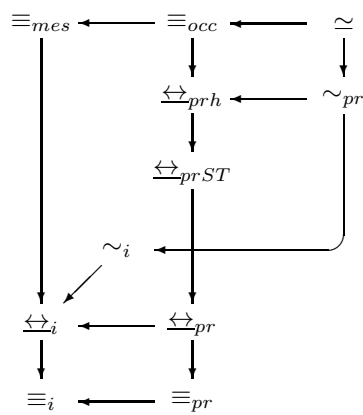


Рис. 24: Взаимосвязь эквивалентностей на последовательных сетях

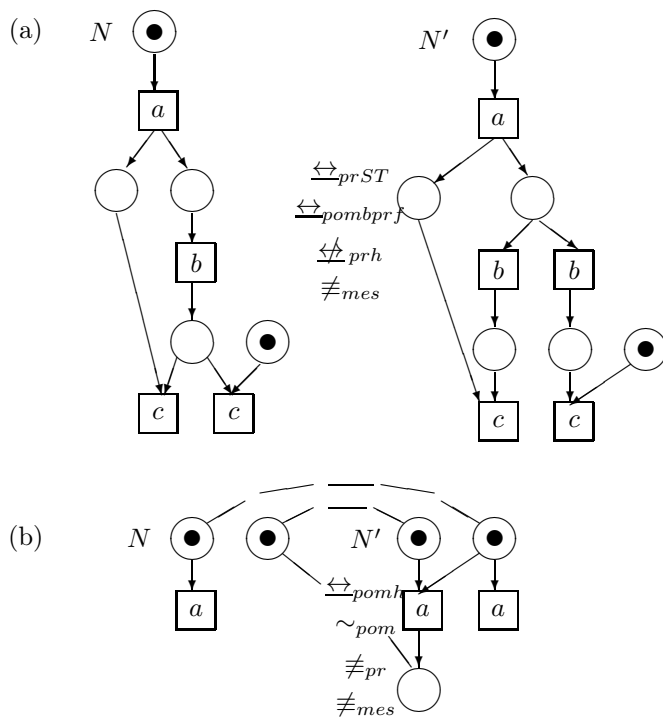


Рис. 25: Примеры эквивалентностей на последовательных сетях

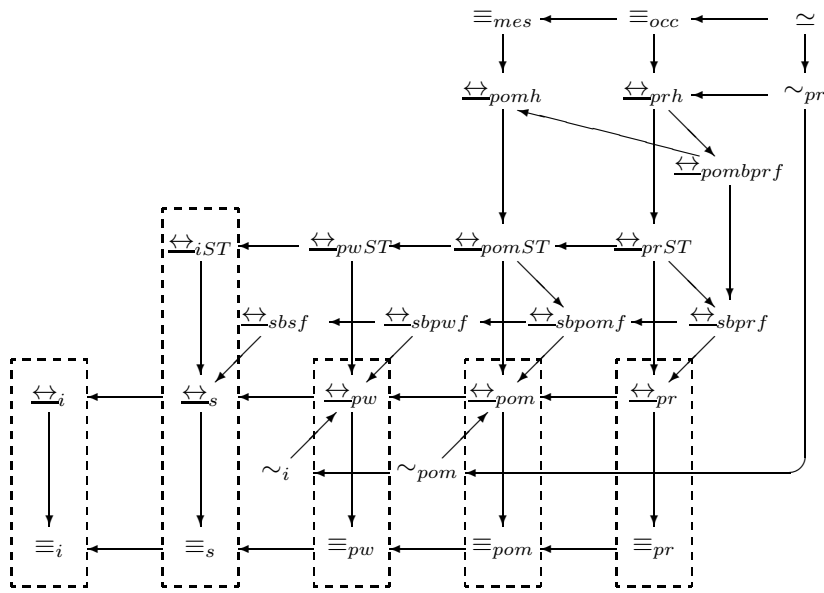


Рис. 26: Совпадение эквивалентностей на строго помеченных сетях

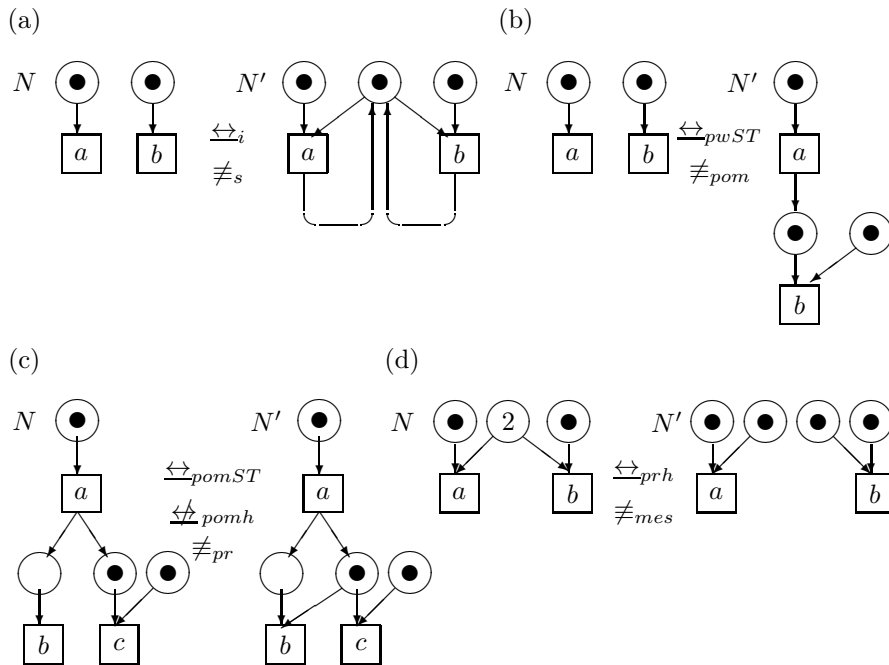


Рис. 27: Примеры эквивалентностей на сетях со строгой пометкой

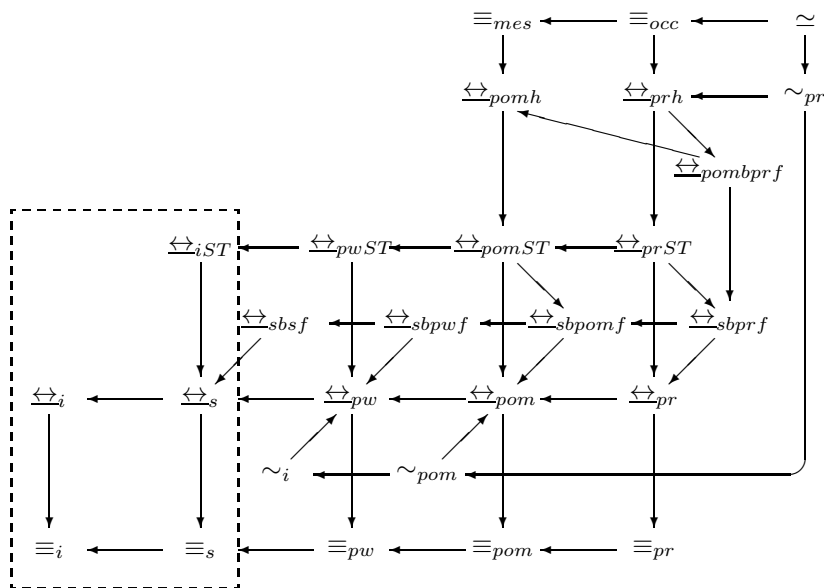


Рис. 28: Совпадение эквивалентностей на T-сетях без автопараллелизма

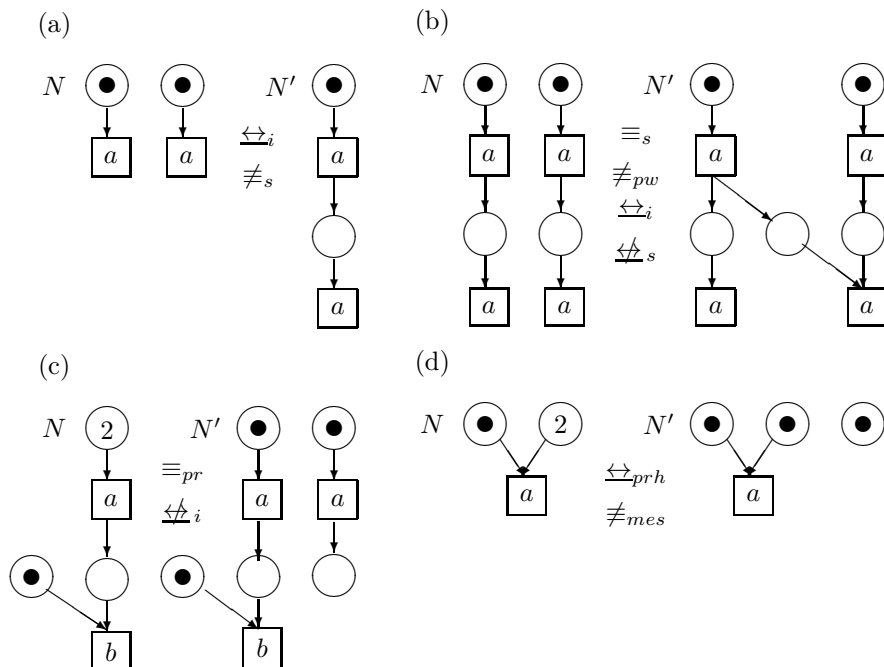


Рис. 29: Примеры эквивалентностей на T-сетях

τ -следовые эквивалентности

Обозначим через ε пустую строку.

Пусть $\sigma = a_1 \cdots a_n \in Act_\tau^*$. Определим $vis(\sigma)$ следующим образом (в следующем определении $a \in Act_\tau$).

1. $vis(\varepsilon) = \varepsilon$;
2. $vis(\sigma a) = \begin{cases} vis(\sigma)a, & a \neq \tau; \\ vis(\sigma), & a = \tau. \end{cases}$

Определение 17 Видимый интерливинговый след сети N — это последовательность $vis(a_1 \cdots a_n) \in Act_\tau^*$ такая, что $\pi_N \xrightarrow{a_1} \pi_1 \xrightarrow{a_2} \dots \xrightarrow{a_n} \pi_n$, где $\pi_i \in \Pi(N)$ ($1 \leq i \leq n$). Обозначим множество всех видимых интерливинговых следов сети N через $VisIntTraces(N)$. Две сети N и N' интерливингово τ -следово эквивалентны, запись $N \equiv_i^\tau N'$, если $VisIntTraces(N) = VisIntTraces(N')$.

Пусть $\Sigma = A_1 \cdots A_n \in (\mathcal{M}(Act_\tau))^*$. Определим $vis(\Sigma)$ следующим образом (в следующем определении $A \in \mathcal{M}(Act_\tau)$).

1. $vis(\varepsilon) = \varepsilon$;
2. $vis(\Sigma A) = \begin{cases} vis(\Sigma)(A \cap Act), & A \cap Act \neq \emptyset; \\ vis(\Sigma), & \text{иначе.} \end{cases}$

Определение 18 Видимый шаговый след сети N — это последовательность $vis(A_1 \cdots A_n) \in (\mathcal{M}(Act))^*$ такая, что $\pi_N \xrightarrow{A_1} \pi_1 \xrightarrow{A_2} \dots \xrightarrow{A_n} \pi_n$, где $\pi_i \in \Pi(N)$ ($1 \leq i \leq n$). Обозначим множество всех видимых шаговых следов сети N через $VisStepTraces(N)$. Две сети N и N' шагово τ -следово эквивалентны, запись $N \equiv_s^\tau N'$, если $VisStepTraces(N) = VisStepTraces(N')$.

Пусть $\rho = \langle X, \prec, l \rangle$ — ПЧУМ такой, что $l : X \rightarrow Act_\tau$. Обозначим $vis(X) = \{x \in X \mid l(x) \in Act\}$ и $vis(\rho) = \rho|_{vis(X)}$.

Определение 19 Видимый ЧУММ след сети N — это ЧУММ $vis(\rho)$ — класс изоморфизма ПЧУМ $vis(\rho_C)$ для $\pi = (C, \varphi) \in \Pi(N)$. Обозначим через $VisPomsets(N)$ множество всех видимых ЧУММ следов сети N . Две сети N и N' τ -следово эквивалентны ЧС (ЧС), запись $N \equiv_{pw}^\tau N'$, если $VisPomsets(N) \sqsubseteq VisPomsets(N')$ и $VisPomsets(N') \sqsubseteq VisPomsets(N)$.

Определение 20 Две сети N и N' ЧУММ τ -следово эквивалентны, запись $N \equiv_{pom}^\tau N'$, если $VisPomsets(N) = VisPomsets(N')$.

Обычные τ -бисимуляционные эквивалентности

Определение 21 Пусть N и N' — некоторые сети с невидимыми переходами. Отношение $\mathcal{R} \subseteq \Pi(N) \times \Pi(N')$ — \star - τ -бисимуляция между N и N' , $\star \in \{\text{интерливинговая, шаговая, ЧС, ЧУММ}\}$, запись $\mathcal{R} : N \xleftrightarrow{\star}^{\tau} N'$, $\star \in \{i, s, pw, pot\}$, если:

1. $(\pi_N, \pi_{N'}) \in \mathcal{R}$.

2. $(\pi, \pi') \in \mathcal{R}$, $\pi \xrightarrow{\hat{\pi}} \tilde{\pi}$,

- (a) $|\text{vis}(T_{\hat{C}})| = 1$, если $\star = i$;

- (b) $\text{vis}(\prec_{\hat{C}}) = \emptyset$, если $\star = s$;

$$\Rightarrow \exists \tilde{\pi}' : \pi' \xrightarrow{\hat{\pi}'} \tilde{\pi}', (\tilde{\pi}, \tilde{\pi}') \in \mathcal{R} \text{ и}$$

- (a) $\text{vis}(\rho_{\hat{C}'}) \sqsubseteq \text{vis}(\rho_{\hat{C}})$, если $\star = pw$;

- (b) $\text{vis}(\rho_{\hat{C}}) \simeq \text{vis}(\rho_{\hat{C}'})$, если $\star \in \{i, s, pot\}$.

3. Как пункт 2, но роли N и N' меняются.

Сети N и N' \star - τ -бисимуляционно эквивалентны, $\star \in \{\text{интерливинговая, шаговая, ЧС, ЧУММ}\}$, запись $N \xleftrightarrow{\star}^{\tau} N'$, если $\exists \mathcal{R} : N \xleftrightarrow{\star}^{\tau} N'$, $\star \in \{i, s, pw, pot\}$.

ST- τ -бисимуляционные эквивалентности

Определение 22 Пусть N и N' – некоторые сети с невидимыми переходами. Отношение $\mathcal{R} \subseteq ST^\tau - \Pi(N) \times ST^\tau - \Pi(N') \times \mathcal{B}$, где $\mathcal{B} = \{\beta \mid \beta : vis(T_C) \rightarrow vis(T_{C'})\}$, $\pi = (C, \varphi) \in \Pi(N)$, $\pi' = (C', \varphi') \in \Pi(N')$ – \star -ST- τ -бисимуляция между N и N' , $\star \in \{\text{интерливинговая, ЧС, ЧУММ}\}$, запись $\mathcal{R} : N \xleftrightarrow{\star} ST N'$, $\star \in \{i, pw, pot\}$, если:

1. $((\pi_N, \pi_N), (\pi_{N'}, \pi_{N'}), \emptyset) \in \mathcal{R}$.
2. $((\pi_E, \pi_P), (\pi'_E, \pi'_P), \beta) \in \mathcal{R} \Rightarrow \beta : vis(\rho_{C_E}) \simeq vis(\rho_{C'_E})$ и $\beta(vis(T_{C_P})) = vis(T_{C'_P})$.
3. $((\pi_E, \pi_P), (\pi'_E, \pi'_P), \beta) \in \mathcal{R}$, $(\pi_E, \pi_P) \rightarrow (\tilde{\pi}_E, \tilde{\pi}_P) \Rightarrow \exists \tilde{\beta}, (\tilde{\pi}'_E, \tilde{\pi}'_P) : (\pi'_E, \pi'_P) \rightarrow (\tilde{\pi}'_E, \tilde{\pi}'_P)$, $\tilde{\beta}|_{vis(T_{C_E})} = \beta$, $((\tilde{\pi}_E, \tilde{\pi}_P), (\tilde{\pi}'_E, \tilde{\pi}'_P), \tilde{\beta}) \in \mathcal{R}$, и если $\pi_P \xrightarrow{\tau} \tilde{\pi}_E$, $\pi'_P \xrightarrow{\tau} \tilde{\pi}'_E$, $\gamma = \tilde{\beta}|_{T_C}$, то:
 - (a) $\gamma^{-1} : vis(\rho_{C'}) \sqsubseteq vis(\rho_C)$, если $\star = pw$;
 - (b) $\gamma : vis(\rho_C) \simeq vis(\rho_{C'})$, если $\star = pot$.
4. Как пункт 3, но роли N и N' меняются.

Сети N и N' \star -ST- τ -бисимуляционно эквивалентны, $\star \in \{\text{интерливинговая, ЧС, ЧУММ}\}$, запись $N \xleftrightarrow{\star} ST N'$, если $\exists \mathcal{R} : N \xleftrightarrow{\star} ST N'$, $\star \in \{i, pw, pot\}$.

Сохраняющие историю τ -бисимуляционные эквивалентности

Определение 23 Пусть N и N' – некоторые сети с невидимыми переходами. Отношение $\mathcal{R} \subseteq \Pi(N) \times \Pi(N') \times \mathcal{B}$, где $\mathcal{B} = \{\beta \mid \beta : vis(T_C) \rightarrow vis(T_{C'})\}$, $\pi = (C, \varphi) \in \Pi(N)$, $\pi' = (C', \varphi') \in \Pi(N')$ – ЧУММ \star -сохраняющая историю τ -бисимуляция между N и N' , запись $N \xleftrightarrow{\tau}_{pot h} N'$, если:

1. $(\pi_N, \pi_{N'}, \emptyset) \in \mathcal{R}$.
2. $(\pi, \pi', \beta) \in \mathcal{R} \Rightarrow \beta : vis(\rho_C) \simeq vis(\rho_{C'})$.
3. $(\pi, \pi', \beta) \in \mathcal{R}$, $\pi \rightarrow \tilde{\pi} \Rightarrow \exists \tilde{\beta}, \tilde{\pi}' : \pi' \rightarrow \tilde{\pi}'$, $\tilde{\beta}|_{vis(T_C)} = \beta$, $(\tilde{\pi}, \tilde{\pi}', \tilde{\beta}) \in \mathcal{R}$.
4. Как пункт 3, но роли N и N' меняются.

Сети N и N' ЧУММ \star -сохраняюще историю τ -бисимуляционно эквивалентны, запись $N \xleftrightarrow{\tau}_{pot h} N'$, если $\exists \mathcal{R} : N \xleftrightarrow{\tau}_{pot h} N'$.

Сохраняющие историю ST- τ -бисимуляционные эквивалентности

Определение 24 Пусть N и N' — некоторые сети с невидимыми переходами. Отношение $\mathcal{R} \subseteq ST^\tau - \Pi(N) \times ST^\tau - \Pi(N') \times \mathcal{B}$, где $\mathcal{B} = \{\beta \mid \beta : vis(T_C) \rightarrow vis(T_{C'}), \pi = (C, \varphi) \in \Pi(N), \pi' = (C', \varphi') \in \Pi(N')\}$ — ЧУММ \star -сохраняющая историю ST- τ -бисимуляция между N и N' , запись $\mathcal{R} : N \xleftrightarrow{promhST} N'$, если:

1. $((\pi_N, \pi_N), (\pi_{N'}, \pi_{N'}), \emptyset) \in \mathcal{R}$.
2. $((\pi_E, \pi_P), (\pi'_E, \pi'_P), \beta) \in \mathcal{R} \Rightarrow \beta(vis(T_{C_P})) = vis(T_{C'_P})$ и $\beta : vis(\rho_{C_E}) \simeq vis(\rho_{C'_E})$.
3. $((\pi_E, \pi_P), (\pi'_E, \pi'_P), \beta) \in \mathcal{R}, (\pi_E, \pi_P) \rightarrow (\tilde{\pi}_E, \tilde{\pi}_P) \Rightarrow \exists \tilde{\beta}, (\tilde{\pi}'_E, \tilde{\pi}'_P) : (\pi'_E, \pi'_P) \rightarrow (\tilde{\pi}'_E, \tilde{\pi}'_P), \tilde{\beta}|_{vis(T_{C_E})} = \beta, ((\tilde{\pi}_E, \tilde{\pi}_P), (\tilde{\pi}'_E, \tilde{\pi}'_P), \tilde{\beta}) \in \mathcal{R}$.
4. Как пункт 3, но роли N и N' меняются.

Сети N и N' ЧУММ \star -сохраняюще историю-ST- τ -бисимуляционно эквивалентны, запись $N \xleftrightarrow{promhST} N'$, если $\exists \mathcal{R} : N \xleftrightarrow{promhST} N'$.

Обычные ветвистые τ -бисимуляционные эквивалентности

Для некоторой сети N и $\pi, \tilde{\pi} \in \Pi(N)$ пишем $\pi \Rightarrow \tilde{\pi}$, когда $\exists \hat{\pi} = (\hat{C}, \hat{\varphi})$ такой, что $\pi \xrightarrow{\hat{\pi}} \tilde{\pi}$ и $vis(T_{\hat{C}}) = \emptyset$.

Определение 25 Пусть N и N' — некоторые сети с невидимыми переходами. Отношение $\mathcal{R} \subseteq \Pi(N) \times \Pi(N')$ — интерливинговая ветвистая τ -бисимуляция между N и N' , запись $N \xleftrightarrow{ibr} N'$, если:

1. $(\pi_N, \pi_{N'}) \in \mathcal{R}$.
2. $(\pi, \pi') \in \mathcal{R}, \pi \xrightarrow{a} \tilde{\pi} \Rightarrow$
 - (a) $a = \tau$ и $(\tilde{\pi}, \pi') \in \mathcal{R}$ или
 - (b) $a \neq \tau$ и $\exists \bar{\pi}', \tilde{\pi}' : \pi' \Rightarrow \bar{\pi}' \xrightarrow{a} \tilde{\pi}', (\pi, \bar{\pi}') \in \mathcal{R}, (\tilde{\pi}, \tilde{\pi}') \in \mathcal{R}$.
3. Как пункт 2, но роли N и N' меняются.

Сети N и N' интерливингово ветвисто τ -бисимуляционно эквивалентны, запись $N \xleftrightarrow{ibr} N'$, если $\exists \mathcal{R} : N \xleftrightarrow{ibr} N'$.

Сохраняющие историю ветвистые τ -бисимуляционные эквивалентности

Определение 26 Пусть N и N' – некоторые сети с невидимыми переходами. Отношение $\mathcal{R} \subseteq \Pi(N) \times \Pi(N') \times \mathcal{B}$, где $\mathcal{B} = \{\beta \mid \beta : T_C \rightarrow T_{C'}\}$, $\pi = (C, f) \in \Pi(N)$, $\pi' = (C', f') \in \Pi(N')$, – ЧУММ сохраняющая историю ветвистая τ -бисимуляция между N и N' , запись $N \xleftrightarrow{\tau}_{\text{pomhbr}} N'$, если:

1. $(\pi_N, \pi_{N'}, \emptyset) \in \mathcal{R}$.
2. $(\pi, \pi', \beta) \in \mathcal{R} \Rightarrow \beta : \text{vis}(\rho_C) \simeq \text{vis}(\rho_{C'})$.
3. $(\pi, \pi', \beta) \in \mathcal{R}$, $\pi \rightarrow \tilde{\pi} \Rightarrow$
 - (a) $(\tilde{\pi}, \pi', \beta) \in \mathcal{R}$ или
 - (b) $\exists \tilde{\beta}, \tilde{\pi}', \tilde{\pi}' : \pi' \Rightarrow \tilde{\pi}' \rightarrow \tilde{\pi}', \tilde{\beta}|_{\text{vis}(T_C)} = \beta, (\pi, \tilde{\pi}', \beta) \in \mathcal{R}, (\tilde{\pi}, \tilde{\pi}', \tilde{\beta}) \in \mathcal{R}$.
4. Как пункт 3, но роли N и N' меняются.

Сети N и N' ЧУММ сохраняюще историю ветвисто τ -бисимуляционно эквивалентны, запись $N \xleftrightarrow{\tau}_{\text{pomhbr}} N'$, если $\exists \mathcal{R} : N \xleftrightarrow{\tau}_{\text{pomhbr}} N'$.

τ -сохраняющие конфликт эквивалентности

Пусть $\xi = \langle X, \prec, \#, l \rangle$ – ПСС такая, что $l : X \rightarrow \text{Act}_\tau$. Обозначим $\text{vis}(X) = \{x \in X \mid l(x) \in \text{Act}\}$ и $\text{vis}(\xi) = \xi|_{\text{vis}(X)}$.

Определение 27 Видимый МСС-след сети с невидимыми переходами N – МСС $\text{vis}(\xi)$ – класс изоморфизма ПСС $\text{vis}(\xi_O)$ для $\varpi = (O, \psi) \in \wp(N)$. Обозначим через $\text{VisMEStructs}(N)$ множество всех видимых МСС-следов сети с невидимыми переходами N . Две сети с невидимыми переходами N и N' сохраняюще конфликт τ -эквивалентны на МСС, запись $N \equiv_{\text{mes}}^\tau N'$, если $\text{VisMEStructs}(N) = \text{VisMEStructs}(N')$. Заметим, что, в силу единственности максимального O -процесса, это равносильно требованию $\text{vis}(\mathcal{E}(N)) = \text{vis}(\mathcal{E}(N'))$.

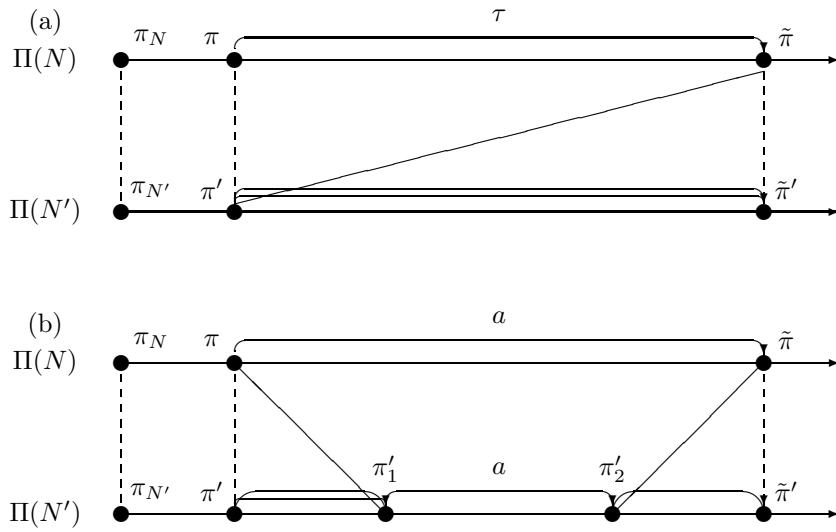


Рис. 30: Различающая способность обычных и ветвистых τ -бисимуляционных эквивалентностей

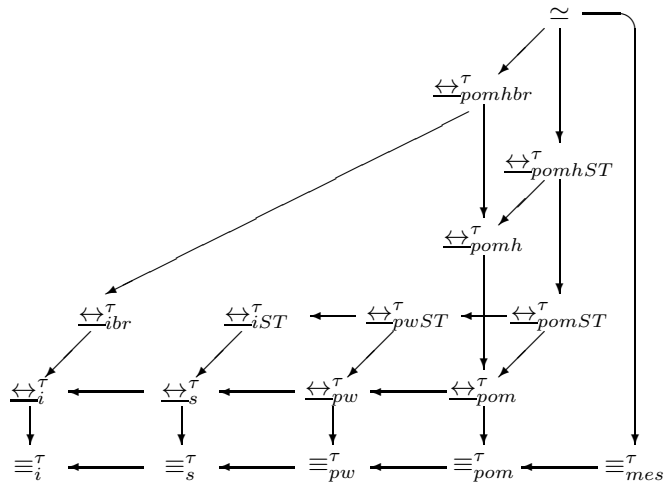


Рис. 31: Взаимосвязь базисных τ -эквивалентностей

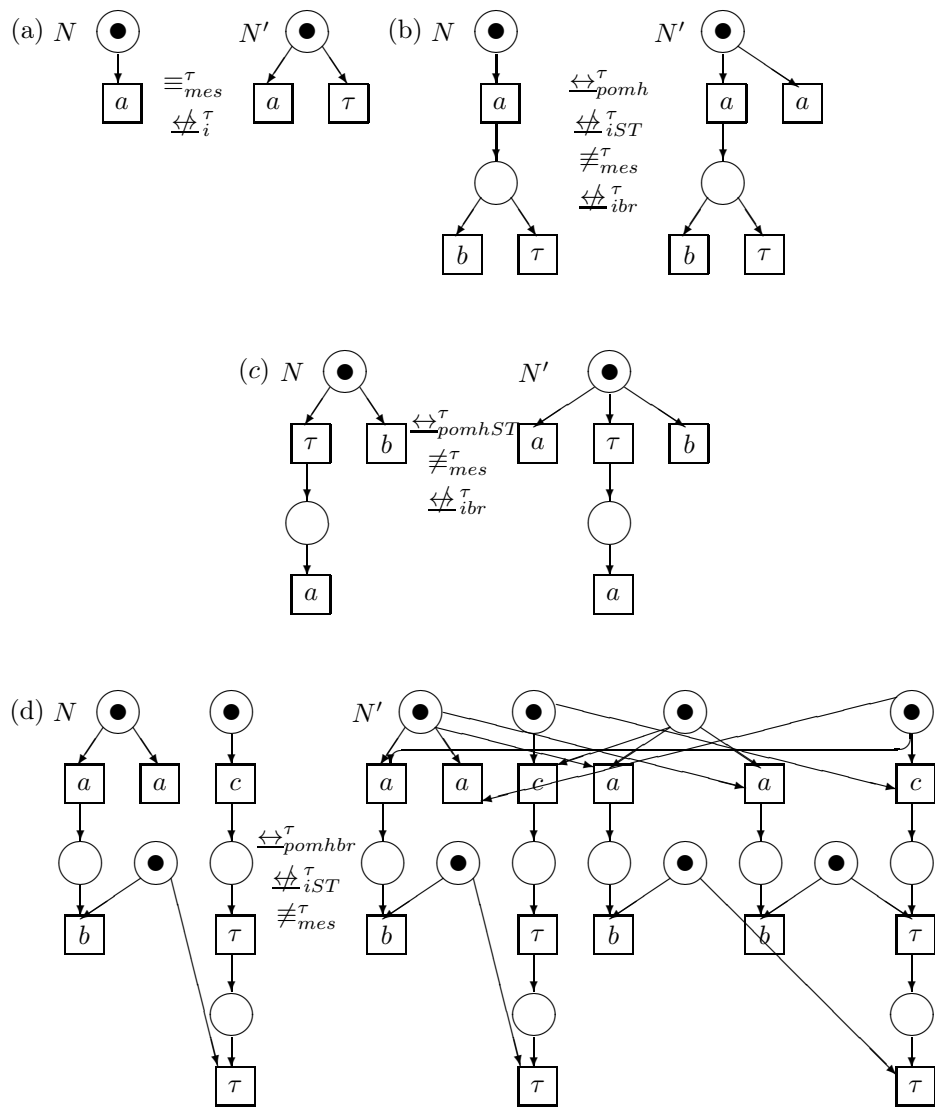


Рис. 32: Примеры базисных τ -эквивалентностей

Обратные-прямые τ -бисимуляционные эквивалентности

Определение 28 Пусть N и N' — некоторые сети с невидимыми переходами. Отношение $\mathcal{R} \subseteq \text{Runs}(N) \times \text{Runs}(N')$ — \star -обратная $\star\star$ -прямая τ -бисимуляция между N и N' , $\star, \star\star \in \{\text{интерливинговая, шаговая, ЧС, ЧУММ}\}$, запись $\mathcal{R} : N \xleftrightarrow[\star b \star\star f]{\tau} N'$, $\star, \star\star \in \{i, s, pw, pot\}$, если:

1. $((\pi_N, \varepsilon), (\pi_{N'}, \varepsilon)) \in \mathcal{R}$.

2. $((\pi, \sigma), (\pi', \sigma')) \in \mathcal{R}$

• (обратно)

$$(\tilde{\pi}, \tilde{\sigma}) \xrightarrow{\hat{\pi}} (\pi, \sigma),$$

$$(a) |\text{vis}(T_{\hat{C}})| = 1, \text{ если } \star = i;$$

$$(b) \text{vis}(\prec_{\hat{C}}) = \emptyset, \text{ если } \star = s;$$

$$\Rightarrow \exists(\tilde{\pi}', \tilde{\sigma}') : (\tilde{\pi}', \tilde{\sigma}') \xrightarrow{\hat{\pi}'} (\pi', \sigma'), ((\tilde{\pi}, \tilde{\sigma}), (\tilde{\pi}', \tilde{\sigma}')) \in \mathcal{R} \text{ и}$$

$$(a) \text{vis}(\rho_{\hat{C}'}) \sqsubseteq \text{vis}(\rho_{\hat{C}}), \text{ если } \star = pw;$$

$$(b) \text{vis}(\rho_{\hat{C}}) \simeq \text{vis}(\rho_{\hat{C}'}), \text{ если } \star \in \{i, s, pot\};$$

• (forth)

$$(\pi, \sigma) \xrightarrow{\hat{\pi}} (\tilde{\pi}, \tilde{\sigma}),$$

$$(a) |\text{vis}(T_{\hat{C}})| = 1, \text{ если } \star\star = i;$$

$$(b) \text{vis}(\prec_{\hat{C}}) = \emptyset, \text{ если } \star\star = s;$$

$$\Rightarrow \exists(\tilde{\pi}', \tilde{\sigma}') : (\pi', \sigma') \xrightarrow{\hat{\pi}'} (\tilde{\pi}', \tilde{\sigma}'), ((\tilde{\pi}, \tilde{\sigma}), (\tilde{\pi}', \tilde{\sigma}')) \in \mathcal{R} \text{ и}$$

$$(a) \text{vis}(\rho_{\hat{C}'}) \sqsubseteq \text{vis}(\rho_{\hat{C}}), \text{ если } \star\star = pw;$$

$$(b) \text{vis}(\rho_{\hat{C}}) \simeq \text{vis}(\rho_{\hat{C}'}), \text{ если } \star\star \in \{i, s, pot\}.$$

3. Как пункт 2, но роли N и N' меняются.

Сети с невидимыми переходами N и N' \star -обратно $\star\star$ -прямо τ -бисимуляционно эквивалентны, $\star, \star\star \in \{\text{интерливинговая, шаговая, ЧС, ЧУММ}\}$, запись $N \xleftrightarrow[\star b \star\star f]{\tau} N'$, если $\exists \mathcal{R} : N \xleftrightarrow[\star b \star\star f]{\tau} N'$, $\star, \star\star \in \{i, s, pw, pot\}$.

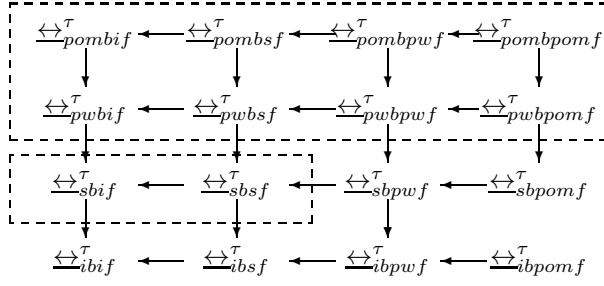


Рис. 33: Совпадение обратных-прямых τ -бисимуляционных эквивалентностей

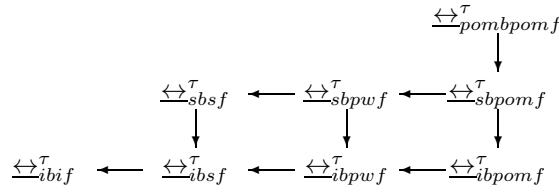


Рис. 34: Взаимосвязь обратных-прямых τ -бисимуляционных эквивалентностей

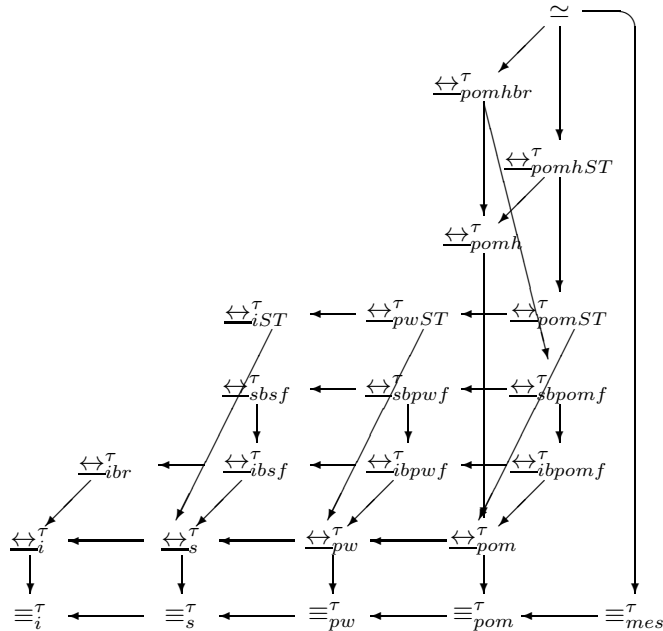


Рис. 35: Взаимосвязь обратных-прямых τ -бисимуляционных эквивалентностей с базисными τ -эквивалентностями

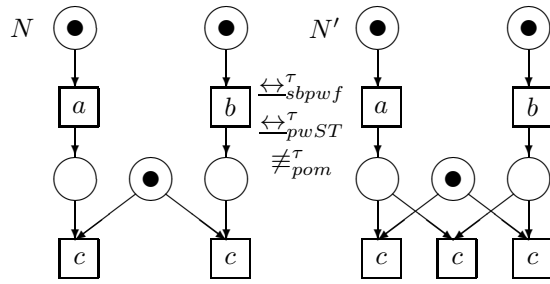


Рис. 36: Пример обратных-прямых τ -бисимуляционных эквивалентностей

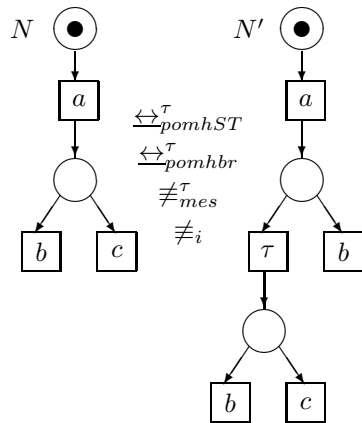


Рис. 37: Пример взаимосвязей эквивалентностей и τ -эквивалентностей

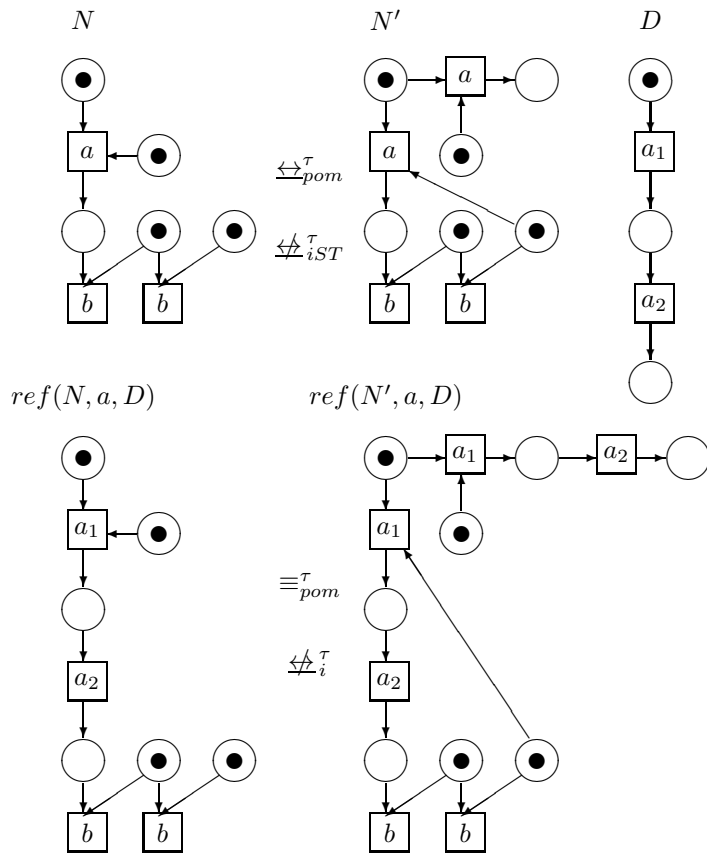


Рис. 38: τ -эквивалентности от $\xrightarrow{\tau}_i$ до $\xrightarrow{\tau}_{pom}$ не сохраняются при SM-детализациях

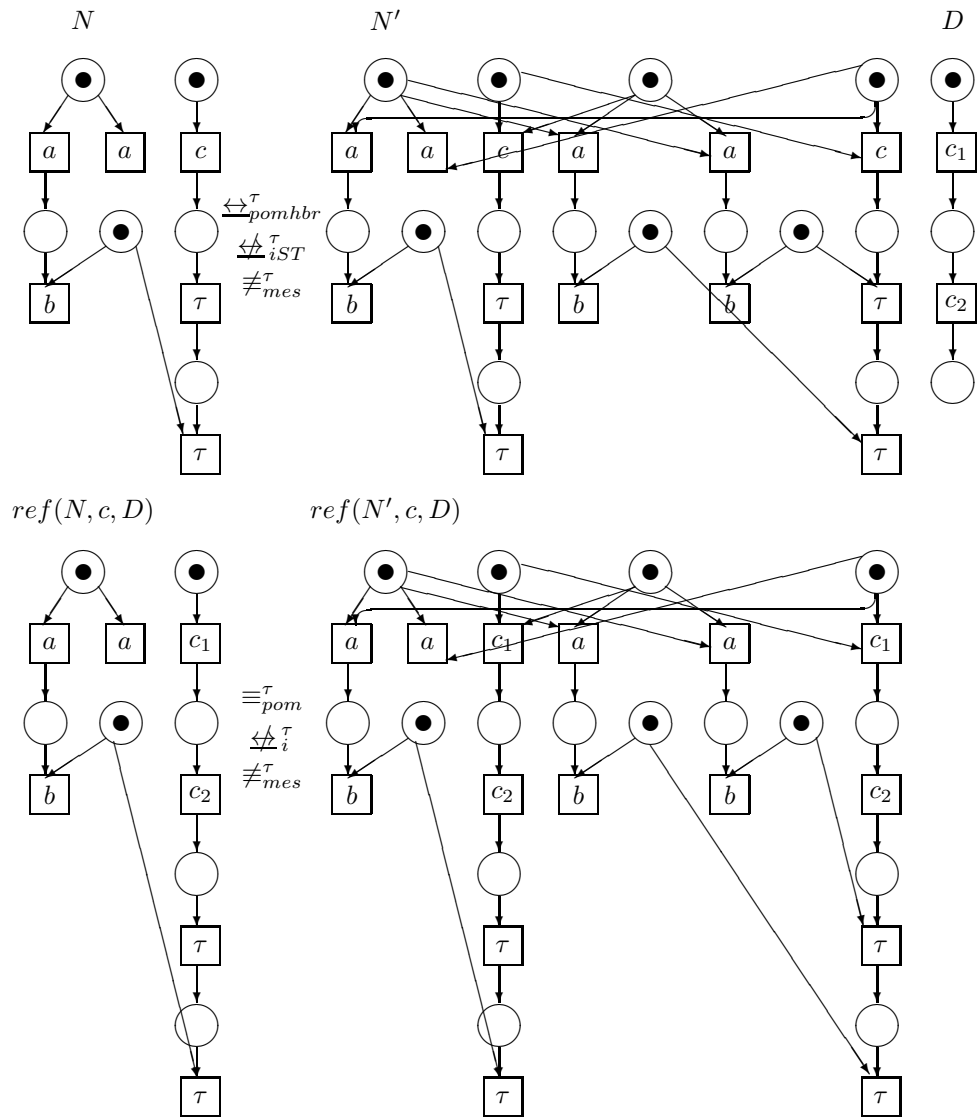


Рис. 39: τ -эквивалентности от $\overset{\tau}{\rightleftharpoons}_i$ до $\overset{\tau}{\rightleftharpoons}_{pomhbr}$ не сохраняются при SM-детализациях

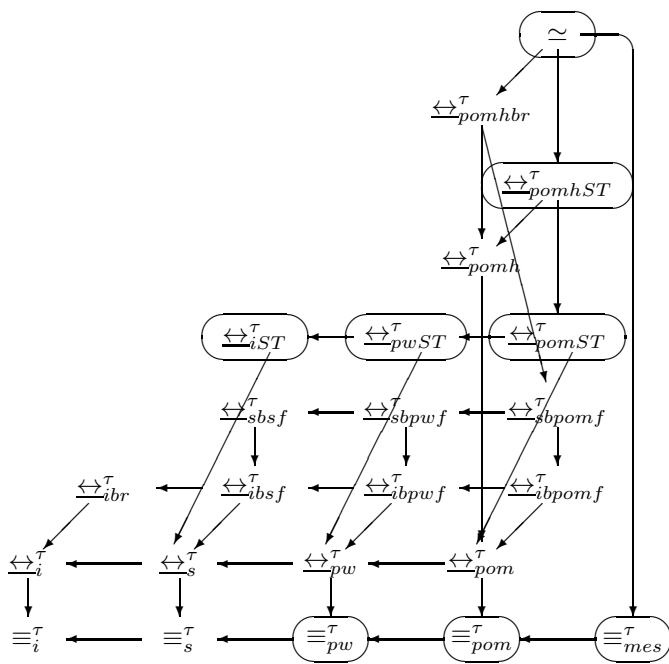


Рис. 40: Сохранение τ -эквивалентностей при SM-детализациях

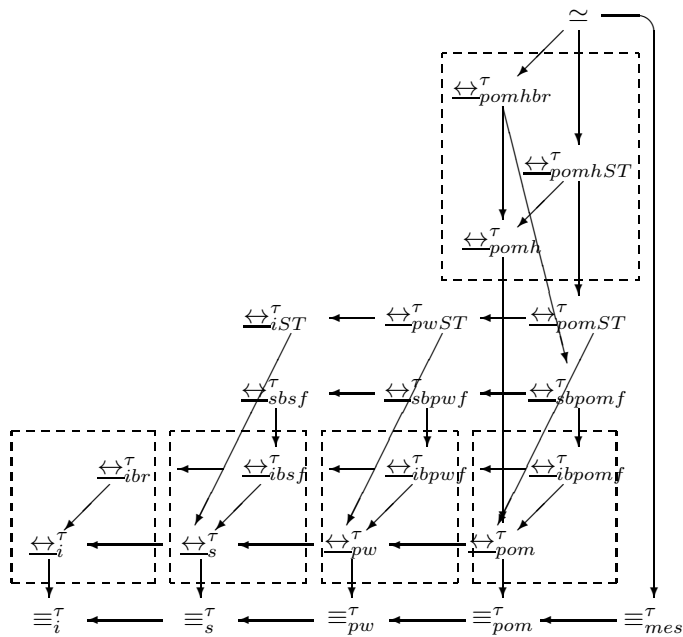


Рис. 41: Совпадение τ -эквивалентностей на сетях с видимыми переходами

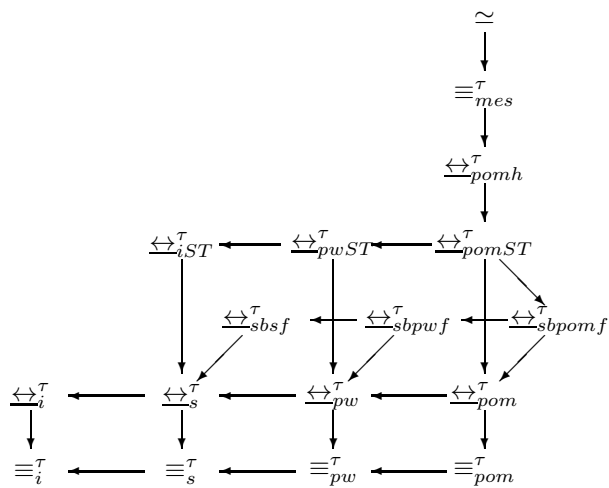


Рис. 42: Взаимосвязь τ -эквивалентностей на сетях с видимыми переходами

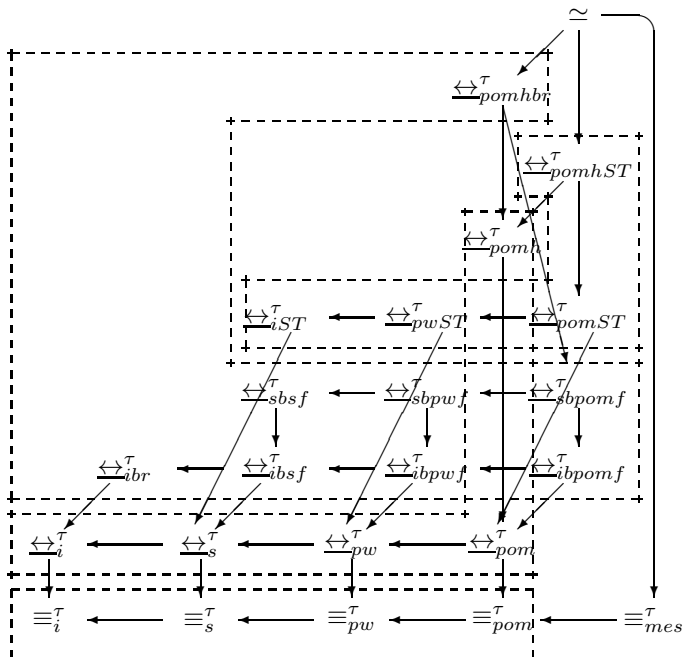


Рис. 43: Совпадение τ -эквивалентностей на последовательных сетях с невидимыми переходами

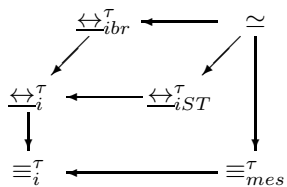


Рис. 44: Взаимосвязь τ -эквивалентностей на последовательных сетях с невидимыми переходами

Временная следовая эквивалентность

Определение 29 Временной след временной сети N — последовательность $x_1 \cdots x_n \in (Act \cup \mathbf{R}^+)^*$ такая, что $Q_N \xrightarrow{x_1} Q_1 \xrightarrow{x_2} \dots \xrightarrow{x_n} Q_n$. Обозначим множество всех временных следов временной сети N через $TimeTraces(N)$. Временные сети N и N' временно следово эквивалентны, запись $N \equiv_t N'$, если $TimeTraces(N) = TimeTraces(N')$.

Временная бисимуляционная эквивалентность

Определение 30 Пусть N и N' — временные сети. Отношение $\mathcal{R} \subseteq States(N) \times States(N')$ — временная бисимуляция между N и N' , запись $\mathcal{R} : N \leftrightarrow_t N'$, если:

1. $(Q_N, Q_{N'}) \in \mathcal{R}$.
2. $(Q, Q') \in \mathcal{R}$, $Q \xrightarrow{x} \tilde{Q}$ ($x \in Act \cup \mathbf{R}^+$) $\Rightarrow \exists \tilde{Q}' : Q' \xrightarrow{x} \tilde{Q}'$, $(\tilde{Q}, \tilde{Q}') \in \mathcal{R}$.
3. Как пункт 2, но роли of N и N' меняются.

Временные сети N и N' временно бисимуляционно эквивалентны, запись $N \leftrightarrow_t N'$, если $\exists \mathcal{R} : N \leftrightarrow_t N'$.

Не-временная следовая эквивалентность

Пишем $Q \xrightarrow{t} \tilde{Q}$, если $\exists \delta_1, \delta_2, Q_1, Q_2$ $Q \xrightarrow{\delta_1} Q_1 \xrightarrow{t} Q_2 \xrightarrow{\delta_2} \tilde{Q}$.
 Пишем $Q \xrightarrow{a} \tilde{Q}$, если $\exists t$ $Q \xrightarrow{t} \tilde{Q}$ и $l_N(t) = a$.

Определение 31 Не-временной след временной сети N — последовательность $a_1 \cdots a_n \in Act^*$ такая, что $Q_N \xrightarrow{a_1} Q_1 \xrightarrow{a_2} \dots \xrightarrow{a_n} Q_n$. Обозначим множество всех не-временных следов временной сети N через $UntimeTraces(N)$. Временные сети N и N' не-временно следово эквивалентны, запись $N \equiv_u N'$, если $UntimeTraces(N) = UntimeTraces(N')$.

Не-временные бисимуляционные эквивалентности

Определение 32 Пусть N и N' — временные сети. Отношение $\mathcal{R} \subseteq States(N) \times States(N')$ — не-временная бисимуляция между N и N' , запись $\mathcal{R} : N \leftrightarrow_u N'$, если:

1. $(Q_N, Q_{N'}) \in \mathcal{R}$.
2. $(Q, Q') \in \mathcal{R}$, $Q \xrightarrow{a} \tilde{Q}$ ($a \in Act$) $\Rightarrow \exists \tilde{Q}' : Q' \xrightarrow{a} \tilde{Q}'$, $(\tilde{Q}, \tilde{Q}') \in \mathcal{R}$.
3. Как пункт 2, но роли of N и N' меняются.

Временные сети N и N' не-временно бисимуляционно эквивалентны, запись $N \leftrightarrow_u N'$, если $\exists \mathcal{R} : N \leftrightarrow_u N'$.

Региональная следовая эквивалентность

Состояние Q — *стабильное*, если $\exists \delta > 0 \exists \tilde{Q} Q \xrightarrow{\delta} \tilde{Q}$. В этом случае обозначим состояние \tilde{Q} через $Q(\delta)$.

Пишем $[Q] \xrightarrow{t} [\tilde{Q}]$, если $Q \xrightarrow{t} \tilde{Q}$.

Пишем $[Q] \xrightarrow{a} [\tilde{Q}]$, если $\exists t [Q] \xrightarrow{t} [\tilde{Q}]$ и $l_N(t) = a$.

Пишем $[Q] \xrightarrow{\surd} [\tilde{Q}]$, если $Q \xrightarrow{\zeta(Q)} \tilde{Q}$.

Определение 33 Региональный след временной сети N — последовательность $x_1 \cdots x_n \in (Act \cup \{\surd\})^*$ такая, что $[Q_N] \xrightarrow{x_1} [Q_1] \xrightarrow{x_2} \dots \xrightarrow{x_n} [Q_n]$. Обозначим множество всех региональных следов временной сети N через $RegTraces(N)$. Временные сети N и N' регионально следово эквивалентны, запись $N \equiv_r N'$, если $RegTraces(N) = RegTraces(N')$.

Региональная бисимуляционная эквивалентность

Определение 34 Пусть N и N' — временные сети. Отношение $\mathcal{R} \subseteq RegStates(N) \times RegStates(N')$ — региональная бисимуляция между N и N' , запись $\mathcal{R} : N \leftrightarrow_r N'$, если:

1. $([Q_N], [Q_{N'}]) \in \mathcal{R}$.
2. $([Q], [Q']) \in \mathcal{R}$,
 - (a) $[Q] \xrightarrow{a} [\tilde{Q}]$ ($a \in Act$) $\Rightarrow \exists [\tilde{Q}'] : [Q'] \xrightarrow{a} [\tilde{Q}']$, $([\tilde{Q}], [\tilde{Q}']) \in \mathcal{R}$;
 - (b) если Q стабильно и $\zeta = \zeta(Q, Q')$, то $([Q(\zeta)], [Q'(\zeta)]) \in \mathcal{R}$.
3. Как пункт 2, но роли N и N' меняются.

Временные сети N и N' регионально бисимуляционно эквивалентны, запись $N \leftrightarrow_r N'$, если $\exists \mathcal{R} : N \leftrightarrow_r N'$.

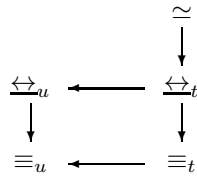


Рис. 45: Взаимосвязь эквивалентностей

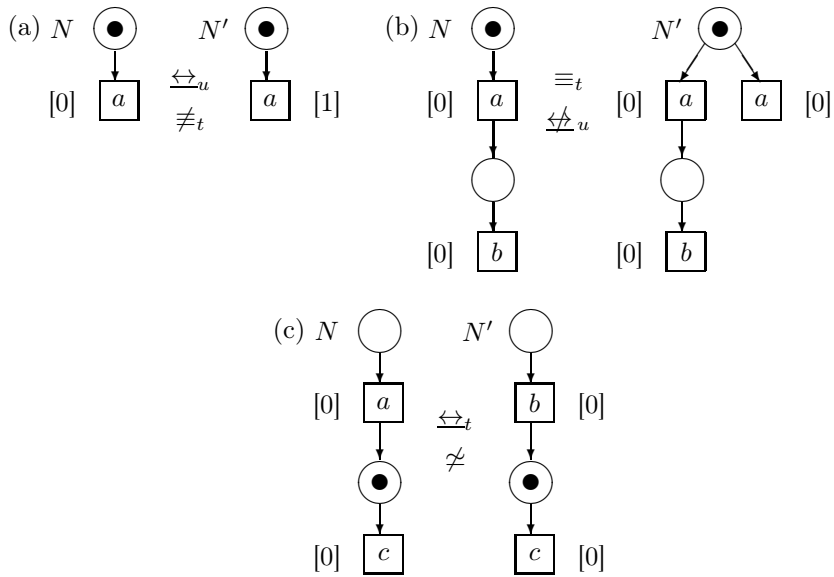


Рис. 46: Примеры эквивалентностей

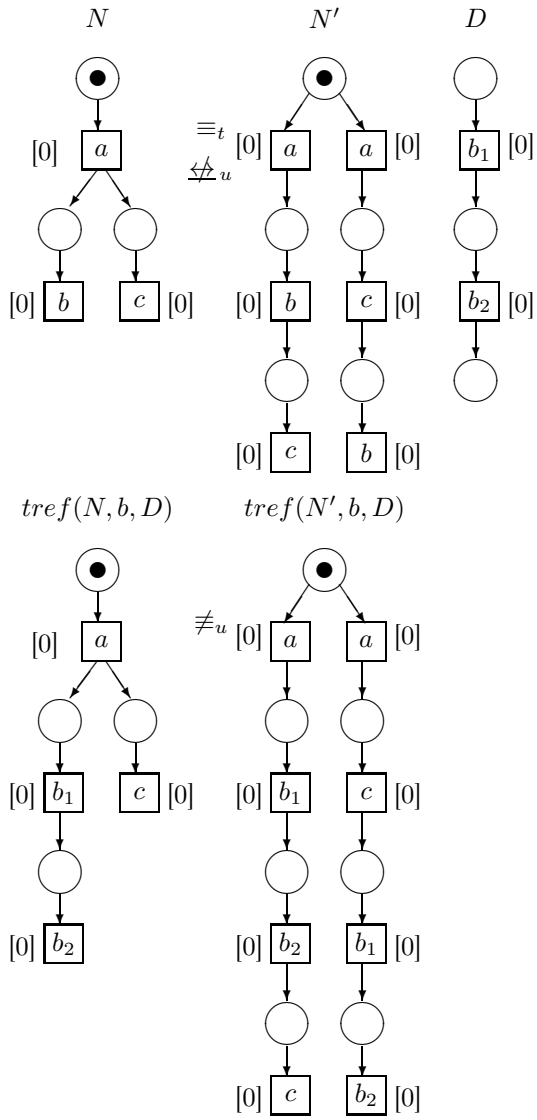


Рис. 47: Эквивалентности от \equiv_u до \equiv_t не сохраняются при временных SM-детализациях

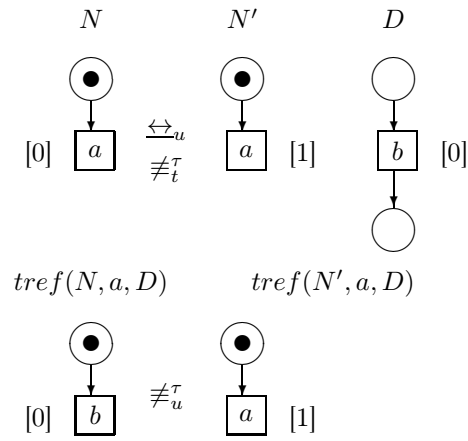


Рис. 48: Эквивалентности от \equiv_u до \leftrightarrow_u не сохраняются при временных SM-детализациях

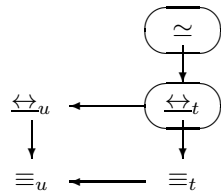


Рис. 49: Сохранение эквивалентностей при временных SM-детализациях

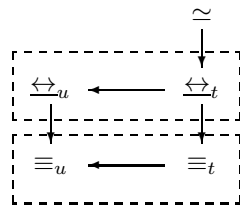


Рис. 50: Совпадение эквивалентностей на не-временных сетях

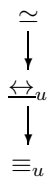


Рис. 51: Взаимосвязь эквивалентностей на не-временных сетях

Временная τ -следовая эквивалентность

Пишем $Q \Rightarrow \tilde{Q}$, если $\exists Q_i (1 \leq i \leq n) Q \xrightarrow{\tau} Q_1 \xrightarrow{\tau} \dots \xrightarrow{\tau} Q_n = \tilde{Q}$.

Пишем $Q \xrightarrow{t} \tilde{Q}$, если $\exists Q_1, Q_2 Q \Rightarrow Q_1 \xrightarrow{t} Q_2 \Rightarrow \tilde{Q}$.

Пишем $Q \xrightarrow{a} \tilde{Q}$, если $\exists t Q \xrightarrow{t} \tilde{Q}$ и $l_N(t) = a$.

Пишем $Q \xrightarrow{\delta} \tilde{Q}$, если $\exists Q_1 Q \Rightarrow Q_1 \xrightarrow{\delta} \tilde{Q}$.

Пишем $Q \xRightarrow{\delta} \tilde{Q}$, если $\exists \delta_1, \delta_2, Q_1 Q \xRightarrow{\delta_1} Q_1 \xRightarrow{\delta_2} \tilde{Q}$ и $\delta_1 + \delta_2 = \delta$.

Определение 35 Видимый временной след *временной сети с невидимыми переходами* N — последовательность $x_1 \cdots x_n \in (Act \cup \mathbf{R}^+)^*$ такая, что $Q_N \xrightarrow{x_1} Q_1 \xrightarrow{x_2} \dots \xrightarrow{x_n} Q_n$. Обозначим множество всех видимых временных следов *временной сети с невидимыми переходами* N через $VisTimeTraces(N)$. *Временные сети с невидимыми переходами* N и N' временно τ -следово эквивалентны, запись $N \equiv_t^\tau N'$, если $VisTimeTraces(N) = VisTimeTraces(N')$.

Временная τ -бисимуляционная эквивалентность

Определение 36 Пусть N и N' — *временные сети с невидимыми переходами*. Отношение $\mathcal{R} \subseteq States(N) \times States(N')$ — временная τ -бисимуляция между N и N' , запись $\mathcal{R} : N \leftrightarrow_t^\tau N'$, если:

1. $(Q_N, Q_{N'}) \in \mathcal{R}$.
2. $(Q, Q') \in \mathcal{R}$, $Q \xrightarrow{x} \tilde{Q} (x \in Act \cup \mathbf{R}^+ \cup \{_ \}) \Rightarrow \exists \tilde{Q}' : Q' \xrightarrow{x} \tilde{Q}'$,
 $(\tilde{Q}, \tilde{Q}') \in \mathcal{R}$.
3. Как пункт 2, но роли N и N' меняются.

Временные сети с невидимыми переходами N и N' временно τ -бисимуляционно эквивалентны, запись $N \leftrightarrow_t^\tau N'$, если $\exists \mathcal{R} : N \leftrightarrow_t^\tau N'$.

Не-временная τ -следовая эквивалентность

Пишем $Q \stackrel{\delta}{\mapsto} \tilde{Q}$, если $\exists \delta Q \stackrel{\delta}{\mapsto} \tilde{Q}$.

Пишем $Q \stackrel{t}{\mapsto} \tilde{Q}$, если $\exists Q_1, Q_2 Q \stackrel{t}{\mapsto} Q_1 \stackrel{t}{\mapsto} Q_2 \stackrel{t}{\mapsto} \tilde{Q}$.

Пишем $Q \stackrel{a}{\mapsto} \tilde{Q}$, если $\exists t Q \stackrel{t}{\mapsto} \tilde{Q}$ и $l_N(t) = a$.

Определение 37 Видимый не-временной след *временной сети с невидимыми переходами* N — последовательность $a_1 \cdots a_n \in Act^*$ такая, что $Q_N \stackrel{a_1}{\mapsto} Q_1 \stackrel{a_2}{\mapsto} \dots \stackrel{a_n}{\mapsto} Q_n$. Обозначим множество всех видимых не-временных следов *временной сети с невидимыми переходами* N через $VisUntimeTraces(N)$. *Временные сети с невидимыми переходами* N и N' не-временно τ -следово эквивалентны, запись $N \equiv_u^\tau N'$, если $VisUntimeTraces(N) = VisUntimeTraces(N')$.

Не-временная τ -бисимуляционная эквивалентность

Определение 38 Пусть N и N' — *временные сети с невидимыми переходами*. Отношение $\mathcal{R} \subseteq States(N) \times States(N')$ — не-временная τ -бисимуляция между N и N' , запись $\mathcal{R} : N \stackrel{\tau}{\leftrightarrow}_u N'$, если:

1. $(Q_N, Q_{N'}) \in \mathcal{R}$.
2. $(Q, Q') \in \mathcal{R}, Q \stackrel{a}{\mapsto} \tilde{Q} (a \in Act \cup \{_ \}) \Rightarrow \exists \tilde{Q}' : Q' \stackrel{a}{\mapsto} \tilde{Q}', (\tilde{Q}, \tilde{Q}') \in \mathcal{R}$.
3. Как пункт 2, но роли N и N' меняются.

Временные сети с невидимыми переходами N и N' не-временно τ -бисимуляционно эквивалентны, запись $N \stackrel{\tau}{\leftrightarrow}_u N'$, если $\exists \mathcal{R} : N \stackrel{\tau}{\leftrightarrow}_u N'$.

Региональная τ -следовая эквивалентность

Пусть Q — состояние временной сети с невидимыми переходами N такое, что $\exists \delta > 0 \exists \tilde{Q} Q \xrightarrow{\delta} \tilde{Q}$. Определим $Q(\delta) = \{\tilde{Q} \mid Q \xrightarrow{\delta} \tilde{Q}\}$.

Пишем $[Q] \Rightarrow [\tilde{Q}]$, если $Q \Rightarrow \tilde{Q}$.

Пишем $[Q] \xrightarrow{t} [\tilde{Q}]$, если $Q \xrightarrow{t} \tilde{Q}$.

Пишем $[Q] \xrightarrow{a} [\tilde{Q}]$, если $\exists t [Q] \xrightarrow{t} [\tilde{Q}]$ и $l_N(t) = a$.

Пишем $[Q] \xrightarrow{\surd} [\tilde{Q}]$, если $Q \xrightarrow{\zeta(Q)} \tilde{Q}$.

Определение 39 Видимый региональный след временной сети с невидимыми переходами N — последовательность $x_1 \cdots x_n \in (Act \cup \{\surd\})^*$ такая, что $[Q_N] \xrightarrow{x_1} [Q_1] \xrightarrow{x_2} \dots \xrightarrow{x_n} [Q_n]$. Обозначим множество всех видимых региональных следов временной сети с невидимыми переходами N через $VisRegTraces(N)$. Временные сети N и N' регионально τ -следово эквивалентны, запись $N \equiv_r^\tau N'$, если $VisRegTraces(N) = VisRegTraces(N')$.

Региональная τ -бисимуляционная эквивалентность

Определение 40 Пусть N и N' — временные сети с невидимыми переходами. Отношение $\mathcal{R} \subseteq RegStates(N) \times RegStates(N')$ — региональная τ -бисимуляция между N и N' , запись $\mathcal{R} : N \underline{\leftrightarrow}_r^\tau N'$, если:

1. $([Q_N], [Q_{N'}]) \in \mathcal{R}$.

2. $([Q], [Q']) \in \mathcal{R}$,

(a) $[Q] \xrightarrow{a} [\tilde{Q}]$ ($a \in Act \cup \{_ \}$) $\Rightarrow \exists [\tilde{Q}'] : [Q'] \xrightarrow{a} [\tilde{Q}']$, $([\tilde{Q}], [\tilde{Q}']) \in \mathcal{R}$;

(b) если Q стабильно и $\zeta = \zeta(Q, Q')$, то $\exists \tilde{Q}' \in Q'(\zeta) : ([Q(\zeta)], [\tilde{Q}']) \in \mathcal{R}$.

3. Как пункт 2, но роли N и N' меняются.

Временные сети с невидимыми переходами N и N' регионально τ -бисимуляционно эквивалентны, запись $N \underline{\leftrightarrow}_r^\tau N'$, если $\exists \mathcal{R} : N \underline{\leftrightarrow}_r^\tau N'$.

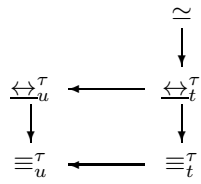


Рис. 52: Взаимосвязь τ -эквивалентностей

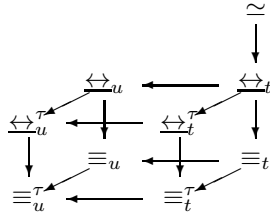


Рис. 53: Взаимосвязь τ -эквивалентностей с эквивалентностями

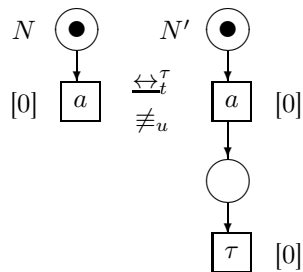


Рис. 54: Пример взаимосвязи эквивалентностей и τ -эквивалентностей

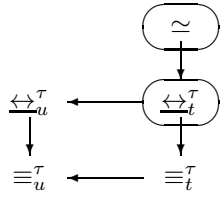


Рис. 55: Сохранение τ -эквивалентностей при временных SM-детализациях

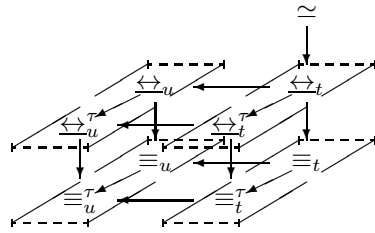


Рис. 56: Совпадение τ -эквивалентностей и эквивалентностей на временных сетях с видимыми переходами

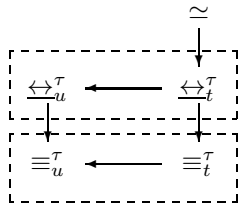


Рис. 57: Совпадение τ -эквивалентностей на не-временных сетях с невидимыми переходами

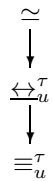


Рис. 58: Взаимосвязь τ -эквивалентностей на не-временных сетях с невидимыми переходами

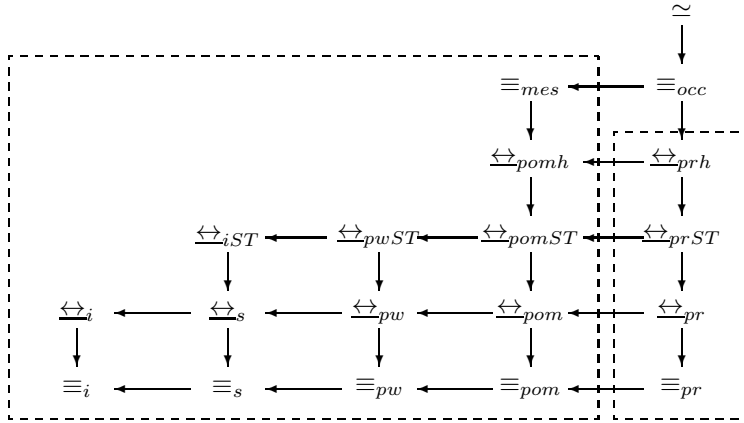


Рис. 59: Совпадение эквивалентностей на A-сетях

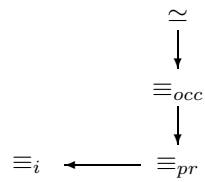


Рис. 60: Эквивалентности на A-сетях

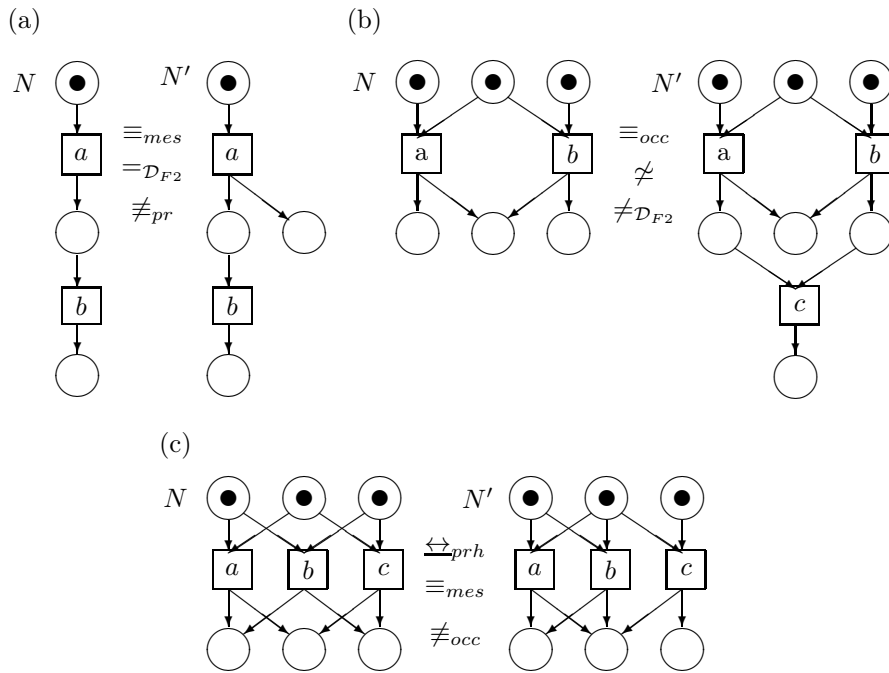


Рис. 61: Примеры эквивалентностей на А-сетях

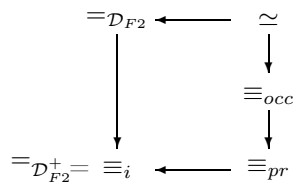


Рис. 62: Взаимосвязь сетевых и алгебраических эквивалентностей

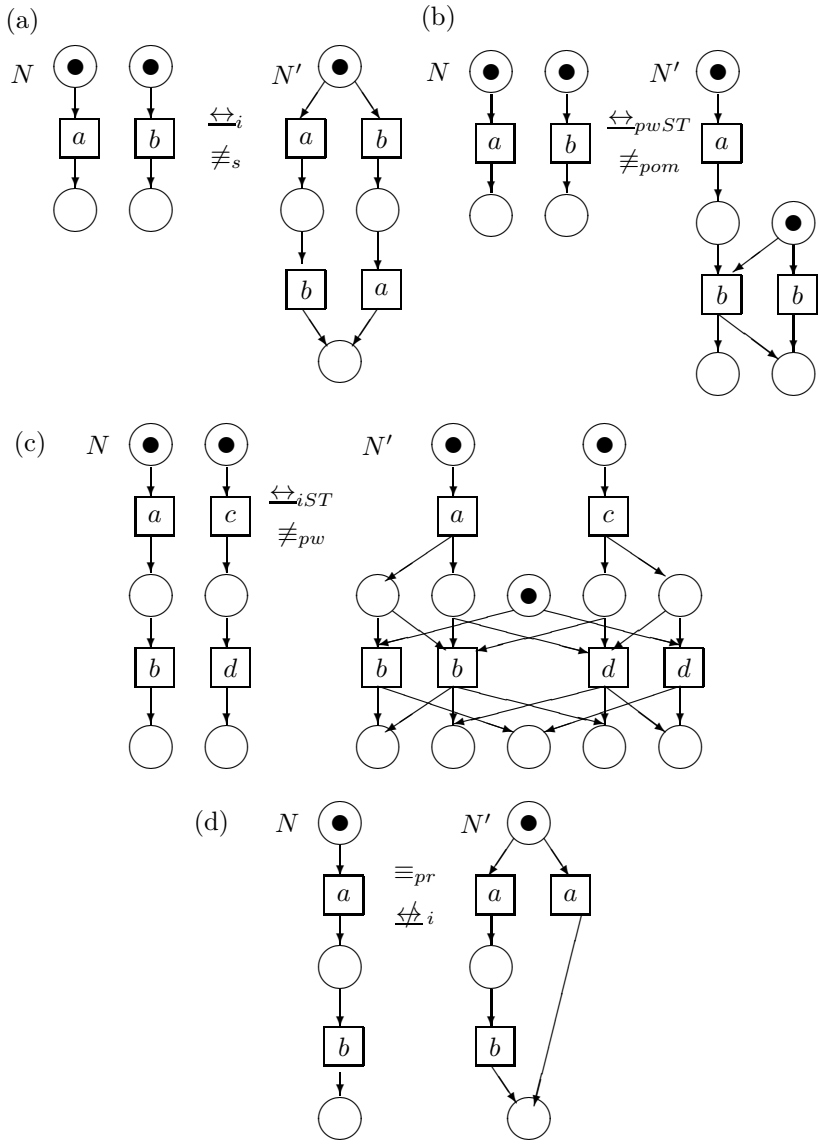


Рис. 63: Примеры эквивалентностей на слабо помеченных A-сетях

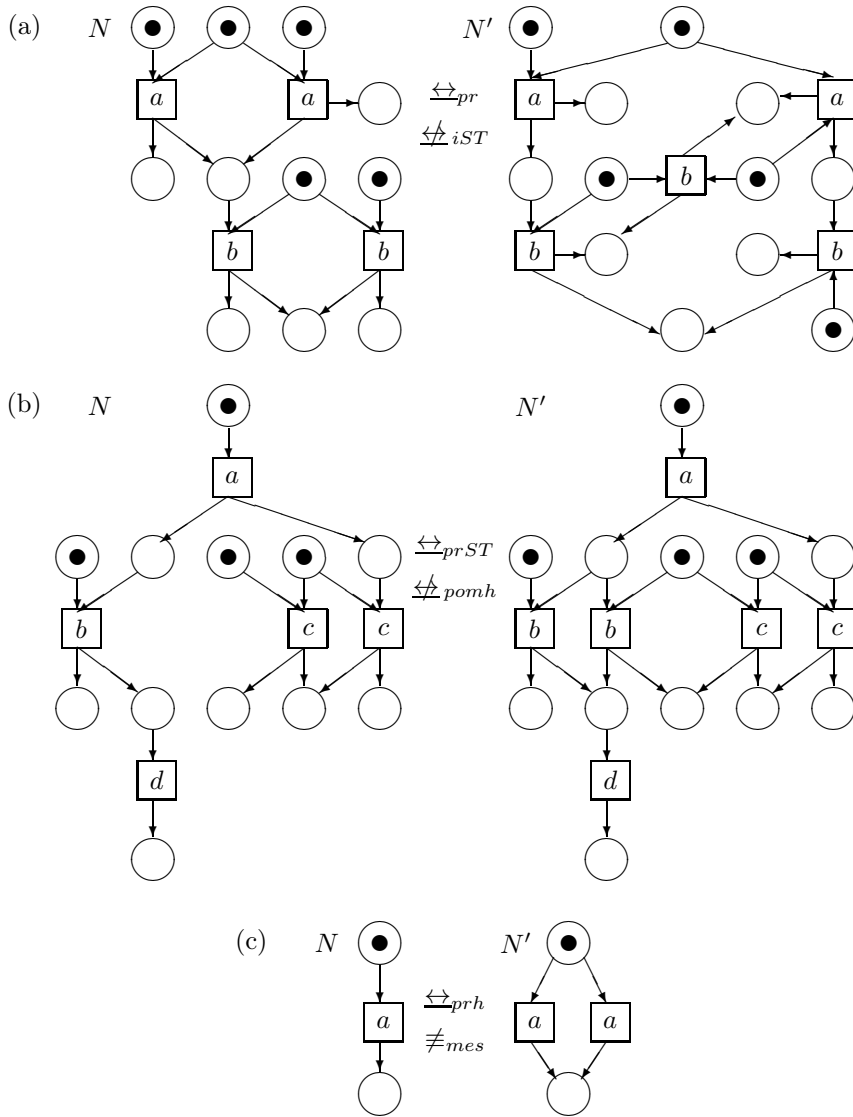


Рис. 64: Примеры эквивалентностей на слабо помеченных A-сетях (продолжение)

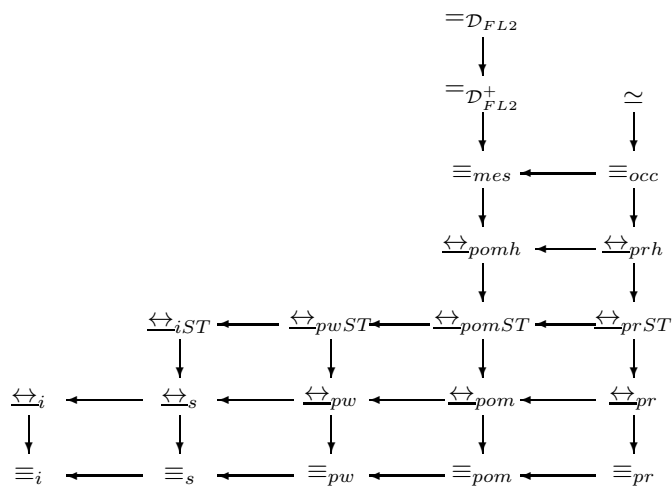


Рис. 65: Взаимосвязь сетевых и алгебраических эквивалентностей